همگام‌سازی لغزشی تطبیقی سیستم‌های آشوب مرتبه کسری دافینگ هلمز با وجود نامعینی و سطح لغزشی مرتبه کسری

سمانه پاینده[۱،۳]، مهناز هاشمی*[۳،۲]

۱- دانش آموخته کارشناسی‌ارشد، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران،
samanehpaiandeh@sel.iaun.ac.ir
۲- استادیار، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران، m.hashemi@pel.iaun.ac.ir
۳- مرکز تحقیقات ریز شبکه‌های هوشمند، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۵ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۳/۱۰

چکیده: در این مقاله، مساله همگام‌سازی لغزشی تطبیقی سیستم‌های آشوب مرتبه کسری دافینگ هلمز در حضور عدم قطعیت، اغتشاش با وجود سطح لغزشی مرتبه کسری مورد بررسی قرار گرفته‌است. دینامیک‌های سیستم پیشرو و پیرو دارای نامعینی می‌باشند. در این طراحی، از روش کنترل لغزشی تطبیقی استفاده شده‌است. در ابتدا کران بالای نامعینی و اغتشاش سیستم پیرو با استفاده از قوانین تطبیقی تخمین زده‌شده و جبران می‌شود، سپس یک سطح لغزشی مرتبه کسری جدید برای همگام‌سازی دو سیستم به گونه‌ایی طراحی شده‌است که سیستم پیرو بتواند سیستم پیشرو را دنبال کند. کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی پیشنهادی پایداری مجانبی خطای همگام‌سازی و کرانداری سیگنال‌های حلقه بسته را علی رغم حضور عدم قطعیت و اغتشاش با وجود سطح لغزشی مرتبه کسری تضمین می‌کند. در نهایت، نتایج شبیه‌سازی کارایی و صحت روش کنترلی ارائه شده را در همگام‌سازی دو سیستم آشوب مرتبه کسری دافینگ هلمز با وجود سطح لغزشی مرتبه کسری و تخمین نامعینی سیستم نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: سطح لغزشی مرتبه کسری، سیستم آشوب مرتبه کسری دافینگ هلمز، کنترل لغزشی تطبیقی، نامعینی و اغتشاش، همگام‌سازی

۱- مقدمه

حساب کسری[۱] یک ایده ریاضی است که در حدود سیصد سال پیش مطرح شد. حساب کسری اجازه داشتن هر مرتبه از مشتق و انتگرال را به سیستم می‌دهد [۲،۱]. این ویژگی باعث می‌شود سیستم با دقت بیشتری مدل و کنترل شود [۴،۳]. اولین نگاه کاربردی به ریاضیات مرتبه کسری توسط آبل[۲] در حل مساله یافتن منحنی همزمانی[۳] به‌کار گرفته شد [۵]. در سی سال گذشته حساب کسری به علت دقت بالا در مدل‌کردن سیستم‌ها و کنترل آن، در بسیاری از علوم مانند اقتصاد، فیزیک، الکترونیک، شیمی، پزشکی، نظریه آشوب به‌کار برده شده است. به‌عنوان نمونه معادلات تفاضلی مرتبه کسری برای مدل‌کردن مواد ویسکوالاستیک، سیستم‌های مالی و جمعیت استفاده شده است [۷،۶]. همچنین مشتق مرتبه کسری برای مدل‌کردن مدارهای الکتریکی، زلزله و مقاومت تنفسی انسان برای اندازه‌گیری مشخصات مکانیکی تنفسی انسان به‌کار برده شده است [۹،۸].

از دیگر کاربردهای حساب کسری در زمینه کنترل سیستم‌های مختلف است. کنترل‌کننده مرتبه کسری[۴] نسبت به کنترل‌کننده مرتبه صحیح به علت دقت بیشتر، باعث بهبود کارایی سیستم کنترل می‌شود، به‌طور مثال کنترل‌کننده مرتبه کسری اغتشاش[۵] را بهتر دفع می‌کند و حساسیت کمتری نسبت به تغییر پارامترهای فرایند دارد. در [۱۰]، برای کنترل یک ربات تک لینکی قابل انعطاف، کنترل مد لغزشی مرتبه کسری استفاده شده است. در [۱۱]، کنترل‌کننده مد

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.23222468.1400.10.1.1.6]
Journal of Novel Researches on Electrical Power - Vol. 10 -No.1 Spring 2021

لغزشی مرتبه کسری فازی تطبیقی برای سیستم ضد قفل ترمز به‌کار برده شده است. در [۱۲]، از یک کنترل‌کننده تطبیقی پس گام مرتبه کسری برای یک ربات با n درجه آزادی با وجود عدم قطعیت و اغتشاش استفاده شده است. در [۱۳]، کنترل‌کننده مد لغزشی پایانه غیر سینگولار مرتبه کسری تطبیقی برای سیستم ربات n لینکی در حضور عدم قطعیت و اغتشاش خارجی ارائه شده است. در [۱۴]، کنترل‌کننده مد لغزشی پایانه غیر سینگولار مرتبه کسری پیوسته بر مبنای تخمین تاخیر زمانی برای ربات با دو درجه آزادی بررسی شده است. در [۱۵]، برای کنترل سطح سیستم سه مخزن از کنترل‌کننده مشتقی انتگرالی تناسبی مرتبه‌کسری[۶] (FOPID) استفاده شده است. همچنین برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده الگوریتم بهینه‌سازی فاخته بهبود یافته به‌کار گرفته شده است. در[۱۶]، یک کنترل مشتقی انتگرالی تناسبی فازی مرتبه کسری به ربات دو لینکی چند ورودی-چند خروجی[۷] (MIMO) اعمال شده است. در [۱۷]، از یک کنترل-کننده مشتقی-انتگرالی-تناسبی فازی کسری بهینه برای کنترل گام در توربین بادی استفاده شده است. در [۱۸]، برای سنکرون‌سازی سیستم‌های غیرخطی مرتبه کسری با وجود عیب متغیر با زمان در عملگر یک کنترل‌کننده تطبیقی لغزشی به‌کار برده شده است.

از طرف دیگر، یکی از پدیده‌های غیر خطی که در بسیاری از سیستم‌ها همچون سیستم‌های مکانیکی، پزشکی، الکترونیکی، مرتبه کسری و... مشاهده شده است، پدیده آشوب[۸] است. سیستم‌های آشوبی بی‌نظم، تصادفی و غیر قابل پیش‌بینی هستند اما اگر مدت طولانی مورد بررسی قرار بگیرند دارای نظم خاصی هستند. به دلیل فراوانی سیستم‌های آشوب، مسئله کنترل و سنکرون‌سازی این سیستم‌ها بسیار مورد توجه بوده است.

در [۱۹]، سیستم آشوبی مرتبه کسری جدیدی به نام ولتا[۹] معرفی و روشی برای شبیه‌سازی عددی آن ارائه شده است. در [۲۰]، براساس سیستم ریکی تیک[۱۰] یک سیستم آشوبی جدید معرفی، سپس به سیستم حساب کسری اعمال و با استفاده از یک کنترل‌کننده غیرخطی مناسب سنکرون‌سازی تصویری شده است. در [۲۱] و [۲۲] ، کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه کسری برای کنترل سیستم مرتبه کسری چن[۱۱]، مالی[۱۲]، لورنز[۱۳] با وجود عدم قطعیت و اغتشاش خارجی به‌کار برده شده است. در [۲۳]، از کنترل‌کننده پس گام عصبی تطبیقی برای کنترل سیستم‌های مرتبه کسری دافینگ هلمز و آرندو[۱۴] درحضور عدم قطعیت و پسماند مغناطیسی نامعلوم غیرخطی استفاده شده است. در [۲۴]، سنکرون‌سازی دو سیستم آشوب مرتبه کسری غیر مشابه با مرتبه‌های متفاوت به کمک کنترل‌کننده تطبیقی فازی انجام شده است. در [۲۵]، همگام‌سازی دو سیستم دافینگ هلمز مرتبه کسری با کنترل‌کننده مد لغزشی بررسی شده است. در [۲۶]، برای سنکرون‌سازی دو سیستم آشوب مرتبه کسری جدید از کنترل‌کننده تطبیقی مرتبه کسری استفاده شده و همچنین، ریسک استفاده از کنترل‌کننده در حضور اغتشاش مورد بررسی قرارگرفته است. در [۲۷]، سنکرون‌سازی پروژکتیو هایبرید برای دو سیستم مرتبه کسری مالی و لیو[۱۵] تاخیردار با وجود نویز انجام شده است. در [۲۸]، برای سنکرون-سازی دو سیستم آشوب دینامیکی مرتبه کسری با مرتبه متفاوت از کنترل‌کننده مد لغزشی انتگرالی فازی کسری استفاده شده است. در [۲۹]، برای همگام‌سازی دو سیستم آشوب غیر خطی جرک با وجود عیب عملگر و اشباع ورودی روش کنترل تطبیقی گام به عقب بکار برده شده است. در [۳۰]، برای سنکرون‌سازی دو سیستم آشوب متفاوت در حضور عدم قطعیت، اغتشاش خارجی و پارامترهای نامعلوم از کنترل لغزشی تطبیقی مقاوم استفاده شده‌است. در [۳۱]، برای سنکرون سازی دو سیستم آشوب جرک در حضور عدم قطعیت و نامعینی از سطح لغزشی مرتبه صحیح استفاده کرده و با یک تابع لیاپانوف مرتبه‌کسری پایدار محلی به‌دست آمده است. در [۳۲]، برای سنکرون سازی سیستم‌های آشوب چن و لورنز از یک کنترل مدلغزشی پایانه مرتبه کسری استفاده کرده است همچنین عدم قطعیت و نامعینی سیستم را محدود در نظر گرفته است ولی تخمین نزده است. در [۳۳]، برای سنکرون سازی سیستم‌های آشوب مرتبه کسری از نوعی جنسی تسی از کنترل کننده لغزشی تطبیقی با وجود سطح لغزشی مرتبه کسری و تخمین نامعینی استفاده کرده است.

در این مقاله، سنکرون‌سازی لغزشی تطبیقی برای سیستم‌های آشوب مرتبه کسری در حضور نامعینی و اغتشاش نامعلوم در سیستم پیرو بررسی و همچنین یک سطح لغزشی مرتبه کسری جدید برای سیستم پیشنهاد شده است. کنترل‌کننده پیشنهادی نه تنها نیاز به اطلاعات قبلی در مورد کران‌های نامعینی و اغتشاش ندارد، بلکه آن‌ها را با قوانین تطبیقی تخمین می‌زند. جهت طراحی کنترل‌کننده و اثبات پایداری آن، یک تابع لیاپانوف مرتبه کسری جدید انتخاب شده است. کنترل‌کننده پیشنهادی پایداری مجانبی خطای سنکرون‌سازی را تضمین می‌کند. نتایج شبیه‌سازی کارایی کنترل‌کننده مورد نظر را نشان می‌دهد. ساختار ادامه مقاله به شکل زیر ترتیب داده شده‌است: در قسمت دوم، به معرفی مشتق مرتبه کسری کاپوتو و روش حل عددی معادلات مرتبه کسری با استفاده از مشتق کاپوتو پرداخته شده-است. قسمت سوم، به توصیف سیستم در حضور عدم قطعیت اختصاص داده شده‌است. در قسمت چهارم، سطح لغزشی مرتبه کسری پیشنهادی معرفی شده است. همچنین، تحلیل پایداری سیستم با وجود کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی پیشنهادی ارائه شده است. در قسمت پنجم، نتایج شبیه‌سازی برای نشان دادن کارایی کنترل‌کننده مورد نظر شرح داده شده و در انتها، نتیجه‌گیری ارائه شده است.

۲- تعاریف پایه حساب کسری و مقدمات

سه تعریف ریمان لیوویل، گرانوالد لتنیکو و کاپتو عمدتا" در حساب کسری استفاده می‌شود. برای محدوده وسیعی از توابع تعریف ریمان لیوویل معادل با تعریف گرانوالد لتنیکو است. با این وجود، تعریف کاپوتو از آنجایی که شرایط اولیه‌اش مشابه با معادله تفاضلی مرتبه

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.23222468.1400.10.1.1.6]
Journal of Novel Researches on Electrical Power - Vol. 10 -No.1 Spring 2021

صحیح است در علم مهندسی به‌کار برده می‌شود. مشتق کسری کاپوتو از مرتبه α تابع پیوسته $f(t)$ به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$D_t^{\alpha} f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} d\tau & m-1 < \alpha < m \\ \frac{d^m f(t)}{dt^m} & \alpha = m \end{cases} \quad (۱)$$

که در آن m کوچکترین عدد صحیح بزرگتر از α است. یکی از توابع مهم در حساب کسری تابع گاماست و به‌صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt, \qquad \Gamma(z+1) = z\Gamma(z). \quad (۲)$$

مشتق کسری کاپوتو به‌صورت زیر به مشتق کسری ریمان لیوویل مربوط می‌شود.

$$D^{\alpha} x(t) = {}^{c}D^{\alpha} x(t) + \frac{t^{-\alpha}}{\Gamma(1-\alpha)} x_0, \quad (۳)$$

که در آن ${}^{c}D^{\alpha}$ نماد مشتق کسری کاپوتو از مرتبه α است. عملگر مشتق کسری کاپوتو یک عملگر خطی است بنابراین می‌توان آن را به‌صورت زیر نوشت.

$$D^{\alpha}(ux_1(t) + \upsilon x_2(t)) = u D^{\alpha}(x_1(t)) + \upsilon D^{\alpha}(x_2(t)) \quad (۴)$$

روش‌های عددی متنوعی برای حل معادلات مرتبه کسری وجود دارد. دیتلم و همکارانش روشی بر مبنای پیشبین–اصلاح‌گر ارائه داده‌اند [۳۴]. این روش با استفاده از تعریف کاپوتو به حل عددی معادلات تفاضلی مرتبه کسری می‌پردازد. در ادامه این الگوریتم به‌صورت مختصر توضیح داده شده است. معادله تفاضلی مرتبه کسری زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} &D^{\alpha} y(t) = f(y,t), \qquad 0 \le t \le T \\ &y^{(k)}(0) = y_0^{(k)}, \qquad k = 0,1,\ldots,m-1 (m = [\alpha]). \end{aligned} \quad (۵)$$

که معادل با معادله انتگرال ولترا زیر است.

$$y(t) = \sum_{k=0}^{m-1} y_0^{(k)} \frac{t^k}{k!} + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-s)^{\alpha-1} f(y(s),s)\, ds, \quad (۶)$$

که در معادله فوق n=0, 1, …, N و t_n=nh و h=T/N که T زمان نهایی، N تعداد گام‌ها، t_n زمان گام n و h زمان گام انتگرالی است در نتیجه، داریم:

$$\begin{aligned} y_h(t_{n+1}) = &\sum_{k=0}^{m-1} c_k \frac{t_{n+1}^k}{k!} + \frac{h^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+2)} f(y_h^p(t_{n+1}), t_{n+1}) \\ &+ \frac{h^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+2)} \sum_{j=0}^{n} a_{j,n+1} f(y_h(t_j), t_j) \end{aligned} \quad (۷)$$

$$a_{j,n+1} = \begin{cases} n^{\alpha+1} - (n-\alpha)(n+1)^{\alpha}, & \text{if } j = 0 \\ (n-j+2)^{\alpha+1} + (n-j)^{\alpha+1} - 2(n-j-1)^{\alpha+1}, & \text{if } 1 \le j \le n \\ 1, & \text{if } j = n+1 \end{cases} \quad (۸)$$

که در رابطه فوق، مقدار پیش‌بینی y در لحظه t_{n+1} برابر است با:

$$y_h^p(t_{n+1}) = \sum_{k=0}^{m-1} c_k \frac{t_{n+1}^k}{k!} + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \sum_{j=0}^{n} b_{j,n+1} f(y_h(t_j), t_j), \quad (۹)$$

که در آن:

$$b_{j,n+1} = \frac{h^{\alpha}}{\alpha}((n+1-j)^{\alpha} - (n-j)^{\alpha}). \quad (۱۰)$$

خطای تخمین این روش به شکل زیر است:

$$e = \max |y(t_j) - y_h(t_j)| = o(h^p), \qquad j = 1,2,..,N, \quad (۱۱)$$

که در آن:

$$p = min(2, 1+\alpha). \quad (۱۲)$$

۳- طراحی کنترل‌کننده

کنترل مد لغزشی دو گام دارد: اول، ایجاد سطح لغزشی که دینامیک سیستم مطلوب را ارائه کند. دوم، ایجاد کردن یک قانون کنترل که حالت‌های خارج ازسطح در زمان محدود به سطح برساند [۳۶،۳۵]. برای به‌دست آوردن قانون کنترل $w(t)$، خطای سنکرون‌سازی به شکل زیر تعریف شده است:

$$e_i = x_i - y_i, \qquad i = 1,2. \quad (۱۳)$$

و سطح لغزشی به شکل زیردر نظرگرفته شده‌است.

$$S(t) = c_1 D^{q-1} e_1 + c_2 D^{q-1} e_2, \quad (۱۴)$$

در رابطه فوق c_1 و c_2 طوری انتخاب خواهند شد که سطح مانند دینامیک سیستم مطلوب رفتار کند و سیستم در حالت مد لغزشی قرار بگیرد.

در حالت مد لغزشی حالت‌ها به سطح می‌رسند و در آنجا باقی می‌مانند. در این مرحله، دینامیک سیستم با دینامیک مد لغزشی کنترل خواهد شد [۴۱-۳۷]. بنابراین، کنترل مد لغزشی در دو فاز طراحی خواهد داشت: فاز رسیدن که $S(t) \neq 0$ و فاز لغزش که S(t)= 0. شرط کافی برای اینکه حالت‌ها از اولین فاز به دومین فاز حرکت کنند به شکل زیر است:

$$S(t)\dot{S}(t) \le 0. \quad (۱۵)$$

که مشتق $S(t)$ با توجه به رابطه قبل، به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{S}(t) = c_1 D^q e_1 + c_2 D^q e_2, \quad (۱۶)$$

بنابراین $D^q e_1$ و $D^q e_2$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} D^q e_1 &= D^q(x_1 - y_1) = D^q x_1 - D^q y_1 \\ &= x_2 - y_2 = e_2, \end{aligned} \quad (۱۷)$$

$$\begin{aligned} D^q e_2 &= D^q(x_2 - y_2) = D^q x_2 - D^q y_2 \\ &= f(X,t) + \Delta f(X,t) - f(Y,t) - \\ &\quad \Delta f(Y,t) - d(t) - w(t). \end{aligned} \quad (۱۸)$$

بنابراین با توجه به معادلات خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} S(t)\dot{S}(t) &= S(t)(c_1 D^q e_1 + c_2 D^q e_2) \\ &= S(t)(c_1 e_2 + c_2(f(X,t) + \Delta f(X,t) \\ &\quad - f(Y,t) - \Delta f(Y,t) - d(t) - w(t))). \end{aligned} \quad (۱۹)$$

برای طراحی کنترل‌کننده سیستم آشوب مرتبه کسری دافینگ هلمز، تابع لیاپانوف زیر پیشنهاد می‌شود.

$$V(t) = \frac{1}{2} S^2(t) + \frac{1}{2\eta} \tilde{k}^2, \quad (۲۰)$$

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.23222468.1400.10.1.1.6]
Journal of Novel Researches on Electrical Power - Vol. 10 -No.1 Spring 2021

که در (۲۰)، S سطح لغزشی، $\tilde{k}=\hat{k}-k$, $\hat{k}$ تخمین k، همچنین η پارامتر مثبت ثابت است که سرعت تطبیق پارامتر را تنظیم می‌کند. مشتق زمانی تابع لیاپانوف پیشنهادی (۲۱) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{V}(t)=S(t)\dot{S}(t)+\frac{1}{\eta}\dot{\hat{k}}\tilde{k}. \quad (۲۱)$$

با جایگذاری مشتق $V(\mathrm{t})$ به‌صورت زیر می‌شود.

$$\begin{aligned}\dot{V}(\mathrm{t}) &\le S(\mathrm{t})(\mathrm{c}_1 e_2+c_2(\mathrm{f}(X,\mathrm{t})-\mathrm{f}(Y,\mathrm{t})-\mathrm{w}))\\ &+\mathrm{c}_2\,|S(\mathrm{t})\,\|\,\Delta f\,(Y,\mathrm{t})\,|\\ &+\mathrm{c}_2\,|S(\mathrm{t})\,\|\,\Delta f\,(X,\mathrm{t})\,|+\mathrm{c}_2\,|S(\mathrm{t})\,\|\,\mathrm{d}(\mathrm{t})\,|+\frac{1}{\eta}\dot{\hat{k}}\tilde{k}.\end{aligned} \quad (۲۲)$$

با در نظر گرفتن فرض مقاله، $\dot{V}(\mathrm{t})$ به‌صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned}\dot{V}(\mathrm{t}) &\le S(\mathrm{t})(\mathrm{c}_1 e_2+c_2(\mathrm{f}(X,\mathrm{t})-\mathrm{f}(Y,\mathrm{t})-\mathrm{w}))\\ &+\mathrm{c}_2\,|S(\mathrm{t})|\,k\\ &+\frac{1}{\eta}\dot{\hat{k}}\tilde{k}+\mathrm{c}_2\,|S(\mathrm{t})|\,\hat{k}-\mathrm{c}_2\,|S(\mathrm{t})|\,\hat{k}.\end{aligned} \quad (۲۳)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{V}(\mathrm{t}) &\le S(\mathrm{t})(\mathrm{c}_1 e_2+c_2(\mathrm{f}(X,\mathrm{t})-\mathrm{f}(Y,\mathrm{t})-\mathrm{w}))\\ &-\mathrm{c}_2\,|S(\mathrm{t})|\,\tilde{k}+\frac{1}{\eta}\dot{\hat{k}}\tilde{k}+\mathrm{c}_2\,|S(\mathrm{t})|\,\hat{k}.\end{aligned} \quad (۲۴)$$

بنابراین قانون به روز رسانی $\hat{k}$ به صورت زیر انتخاب می‌شود.

$$\dot{\hat{k}}=\eta c_2\,|S(\mathrm{t})| \quad (۲۵)$$

و سیگنال کنترل به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$w=\mathrm{f}(X,\mathrm{t})-\mathrm{f}(Y,\mathrm{t})+\frac{\mathrm{c}_1 e_2}{c_2}+\hat{k}sign(S(\mathrm{t})). \quad (۲۶)$$

بنابراین مشتق تابع لیاپانوف به‌صورت زیر بازنویسی خواهد شد.

$$\dot{V}(\mathrm{t})\le 0. \quad (۲۷)$$

چون تابع $V(\mathrm{t})$ از پایین کراندار است و تابع افزایشی نیست. بنابراین، در بی نهایت حد دارد و $\dot{V}(\mathrm{t})$ به‌صورت یکنواخت پیوسته است. در نتیجه طبق لم باربالات $\lim_{t\to\infty}V(\mathrm{t})=0$ است و سیستم پایدار مجانبی است نتیجه کلی را می‌توان در قالب قضیه زیر خلاصه کرد.

قضیه: برای سیستم پیرو و سیستم پیشرو در حضور عدم قطعیت و اغتشاش، تحت فرض مقاله، با قانون کنترل بیان شده، قانون تطبیق و سطح لغزشی مرتبه کسری کرانداری سیگنال‌های حلقه بسته و پایداری مجانبی خطای سنکرون‌سازی تضمین می‌گردد.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت، نتایج تئوری به‌دست آمده برای نشان دادن کارایی کنترل‌کننده پیشنهادی شبیه‌سازی شده است. سیستم پایه آشوب مرتبه کسری از نوع دافینگ هلمز به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$\begin{cases}D^q x_1=x_2,\\ D^q x_2=x_1-\alpha x_2-x_1^3+\beta\cos(\mathrm{t}),\end{cases} \quad (۲۸)$$

و سیستم پیرو دافینگ هلمز مرتبه کسری در حضور اغتشاش و نامعینی به شکل زیر تعریف شده است.

$$\begin{cases}D^q y_1=y_2,\\ D^q y_2=y_1-\alpha y_2-y_1^3+\beta\cos(\mathrm{t})+\Delta f(Y,\mathrm{t})+d(\mathrm{t})+w(\mathrm{t}),\end{cases} \quad (۲۹)$$

که در آن:

$$d(t)=0.1\sin(\mathrm{t}) \quad (۳۰)$$

$$\Delta f\,(Y,t)=0.1\sin(\mathrm{t})\sqrt{y^2{}_1+y^2{}_2} \quad (۳۱)$$

$$\alpha=0.25 \quad (۳۲)$$

$$\beta=0.3 \quad (۳۳)$$

در نظر گرفته شده است.

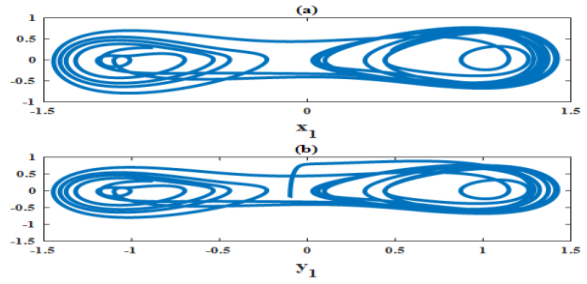
نتایج شبیه‌سازی برای q=0.7 و q=0.98 به‌دست آمده است. شرایط اولیه سیستم پایه و سیستم پیرو به ترتیب با سعی و خطا به شکل $x_1(0)=1, x_2(0)=-1$ و $y_1(0)=-0.5, y_2(0)=0.5$ انتخاب شده‌اند. پارامترهای طراحی به‌صورت $c_1=c_2=1$ و $k=10$ انتخاب شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی برای $q=0.98$ در شکل‌های (۱) الی (۶) نشان داده شده است. شکل (۱) به‌ترتیب پرتره فاز سیستم پایه و پیرو را نشان می‌دهد. رفتار آشوبی دو سیستم به خوبی قابل مشاهده است. شکل (۲) مسیر حالت‌های دو سیستم را با وجود کنترل‌کننده پیشنهادی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است حالت‌های سیستم پیرو، حالت‌های سیستم پایه را با وجود عدم قطعیت و سطح لغزشی مرتبه کسری دنبال می‌کنند.

شکل‌های (۳) و (۴) خطای سنکرون‌سازی با وجود سطح لغزشی مرتبه کسری و بدون آن نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است خطا در هر دو حالت پایدار مجانبی است و همزمان سازی محقق گردیده است، اما با وجود سطح مرتبه کسری حالت گذرا سیستم بهبود می‌یابد و در زمان خیلی کمتری خطا به صفر می‌رسد. شکل (۵) ورودی کنترل را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود این ورودی محدود و بسیار کوچک است بنابراین به بسیاری از سیستم‌ها که می‌توانند به صورت دافینگ هلمز مرتبه کسری مدل شوند، قابل اعمال است. شکل (۶) سطح لغزشی پیشنهادی را نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌کنید با قانون کنترل حالت‌ها به سرعت به سطح لغزشی می‌رسند و در نهایت پایداری مجانبی تضمین می‌شود. نتایج شبیه‌سازی برای q برابر ۰/۷ در شکل‌های (۷) الی (۱۱) نشان داده شده است. شکل (۷) نشان می‌دهد که تغییر اندکی در مرتبه سیستم باعث تغییر در حالت‌های سیستم‌ها شده است. می‌توان مشاهده کرد که حالت‌های دو سیستم با هم همگام شده‌اند بنابراین سیستم پیرو، سیستم پیشرو را دنبال کرده است. شکل‌های (۸) و (۹) مقایسه خطای سنکرون‌سازی با حضور سطح لغزشی مرتبه کسری و مرتبه صحیح را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است با وجود سطح پیشنهادی

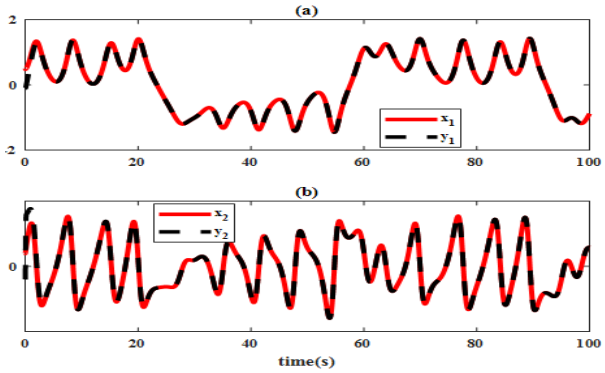
[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.23222468.1400.10.1.1.6]
Journal of Novel Researches on Electrical Power - Vol. 10 -No.1 Spring 2021

خطا در حدود ۰/۰۳ ثانیه به صفر همگرا شده و بیشترین مقدار خطا با سطح مرتبه کسری در حدود ۰/۰۱۲ است، در حالی کـه بـدون سـطح مرتبه کسری بیشترین مقدار آن حدود ۰/۶ است.

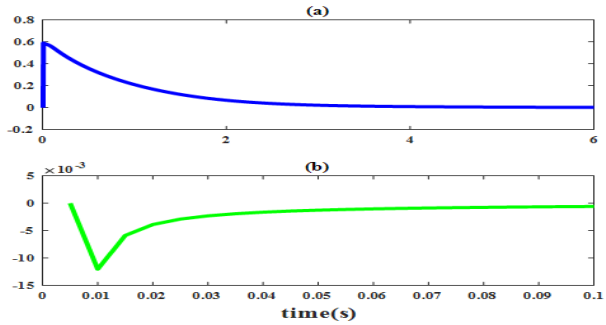
شکل (۱۰) نشان دهنده ورودی سیستم است بـه دلیـل تغییـر در حالت‌های سیستم ورودی به مقدار کمی تغییر کرده‌است همان‌طور که از شکل‌های (۵) و (۱۰) مشخص است ورودی به علـت تـابع علامـت signدارای پدیده وزوز[۱۶] است. برای از بین‌بردن این نوسانات می‌توان از تابع sat استفاده کرد. این تابع نوسانات را از بـین مـی‌بـرد ولـی باعـث ایجاد خطای ماندگار بسیار کمی می‌شود. شـکل (۱۱) سـطح لغزشـی پیشنهادی را نشان می‌دهد می‌توان مشاهده کرد که سیستم به سرعت در فاز لغزش قرار گرفته است. همان‌طورکه در شکل‌ها مشاهده می‌شود این نتایج مشابه q=0.98 است.



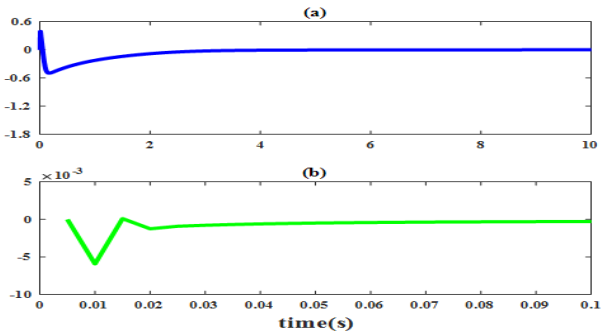
شکل (۱): پرتره‌های فاز برای q=0.98 *a*) سیستم *پایه b*) سیستم پیرو



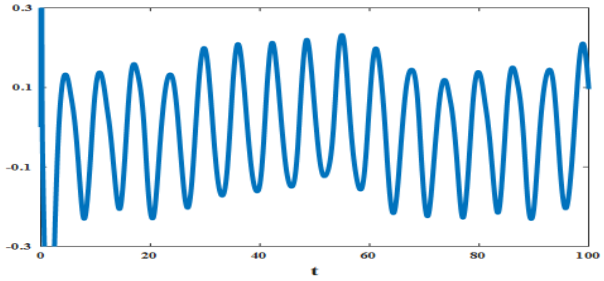
شکل (۲): حالت‌ها برای q=0.98 a) $x_1(t),y_1(t)$ b) $x_2(t),y_2(t)$



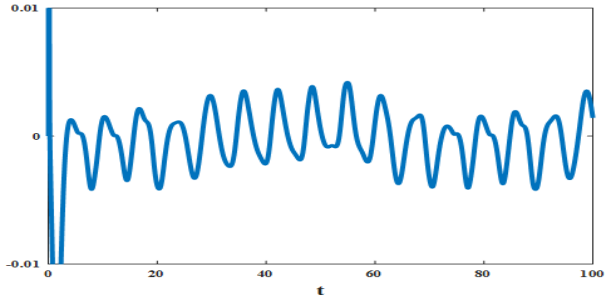
شکل (۳): خطای سنکرون‌سازی e_1 برای q=0.98 *a*) با وجود سطح لغزشی a) مرتبه صحیح b) مرتبه کسری



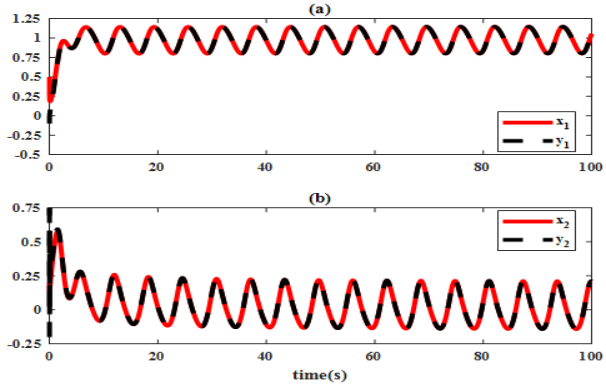
شکل (۴): خطای سنکرون‌سازی e_2 برای q=0.98 با وجود سطح لغزشی a) مرتبه صحیح b) مرتبه کسری



شکل (۵): ورودی کنترلی برای q=0.98



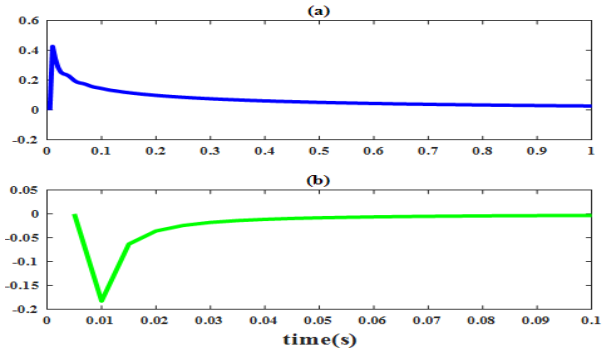
شکل (۶): سطح لغزشی سیستم برای q=0.98



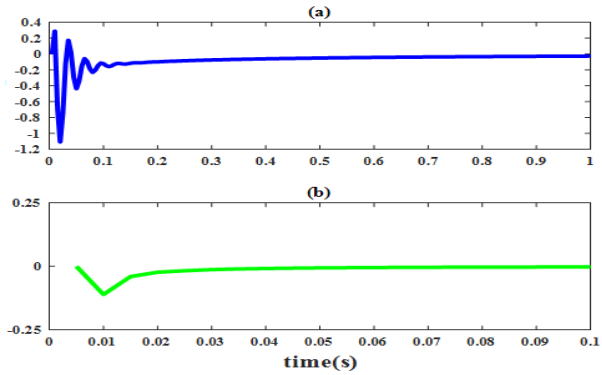
شکل (۷): حالت‌ها برای q=0.7 *a*) $x_1(t),y_1(t)$ b) $x_2(t),y_2(t)$

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

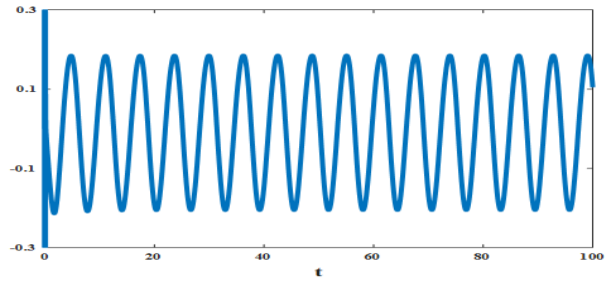
[DOR: 20.1001.1.23222468.1400.10.1.1.6]
Journal of Novel Researches on Electrical Power - Vol. 10 -No.1 Spring 2021



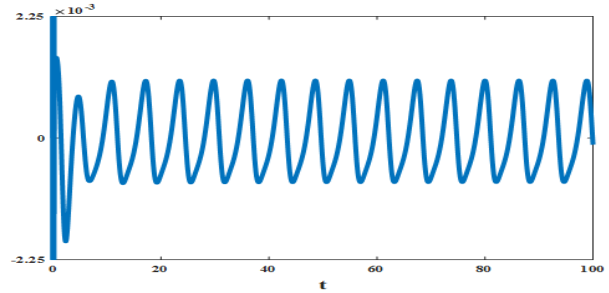
شکل (۸): خطای سنکرون‌سازی e_1 برای $q=0.7$ با وجود سطح لغزشی a) مرتبه صحیح b) مرتبه کسری



شکل (۹): خطای سنکرون‌سازی e_2 برای $q=0.7$ با وجود سطح لغزشی a) مرتبه صحیح b) مرتبه کسری



شکل (۱۰): ورودی کنترلی برای $q=0.7$



شکل (۱۱): سطح لغزشی سیستم برای $q=0.7$

همان‌طور که نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد، با وجود اغتشاش، نامعینی در سیستم پیرو و سطح لغزشی جدید، کنترل‌کننده طراحی شده سنکرون‌سازی را برای مقادیر برابر ۰/۹۸ و ۰/۷ محقق ساخته است. نتایج برای qهای کوچکتر نیز مشابه است.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک روش کنترلی تطبیقی لغزشی برای همزمان‌سازی دو سیستم آشوب مرتبه کسری دافینگ هلمز در حضور عدم قطعیت پیشنهاد شده است. نامعینی و اغتشاش با استفاده از قوانین تطبیقی تقریب زده شده است. با استفاده از سطح لغزشی مرتبه کسری و کنترل‌کننده پیشنهادی پایداری مجانبی خطای سنکرون‌سازی براساس نظریه لیاپانوف به اثبات رسیده است. تغییر مرتبه سیستم بر روی همگام‌سازی تاثیری نداشته است. از نوآوری این روش نسبت به موارد مشابه استفاده از سطح لغزشی مرتبه کسری جدید با تخمین همزمان عدم قطعیت‌ها برای سیستم آشوب مرتبه کسری از دافینگ هلمز است که باعث کاهش زمان تطبیق بدون استفاده از کنترل مدلغزشی ترمینال شده و افزایش دقت کنترل‌کننده می‌شود. نتایج شبیه‌سازی کارایی کنترل‌کننده پیشنهاد شده را برای سنکرون‌سازی سیستم‌های آشوب مرتبه کسری نشان می‌دهد.

مراجع

[۱] جناب سمانه، فانی بهادر، قسوری حسین، **"بهبود رفتار گذرای توربین‌های بادی مبتنی بر DFIG با به کارگیری استراتژی کنترلی با محاسبات درجه کسری"**، روش‌های هوشمند در صنعت برق، سال: ۴، ش.: ۱۶، ص.: ۱۷-۲۸، زمستان ۱۳۹۲.

[۲] قیصرنژاد میثم، مجللی حامد، **"طراحی کنترلر PID مرتبه کسری برای کنترل سطح سیستم سه مخزن براساس الگوریتم بهینه سازی فاخته بهبود یافته"**، روش‌های هوشمند در صنعت برق، سال: ۵، ش.: ۲۰، ص.: ۵۵-۶۶، زمستان ۱۳۹۳.

[3] A. Naderolasli, M. Hashemi, K. Shojaei, "*Approximation-based adaptive fault compensation backstepping control of fractional-order nonlinear systems: An output-feedback scheme*", International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, vol. 34, no. 3, pp. 298-313, March 2020.

[4] S. Song, B. Zhang, J. Xia, Z. Zhang, "*Adaptive backstepping hybrid fuzzy sliding mode control for uncertain fractional-order nonlinear systems based on finite-time scheme*", IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, vol. 50, no. 4, pp. 1559-1569, April 2020.

[5] I. Podlubny, "*An introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*", Mathematics in science and engineering, vol. 198, p. xxiv+ 340, 1999.

[6] K. Wilkie, C. S. Drapaca,S. Sivaloganathan, "*A nonlinear viscoelastic fractional derivative model of infant hydrocephalus*", Applied Mathematics and Computation, vol. 217, no. 21, pp. 8693-8704, Jul. 2011.

[7] M. Rivero, J. J. Trujillo, L. Vázquez,M. P. Velasco, "*Fractional dynamics of populations*", Applied Mathematics and Computation, vol. 218, no. 3, pp. 1089-1095, Oct. 2011.

[8] Y. Luo, Y. Chen,Y. Pi, "*Experimental study of fractional order proportional derivative controller synthesis for fractional order systems*", Mechatronics, vol. 21, no. 1, pp. 204-214, Feb. 2011.

[DOR: 20.1001.1.23222468.1400.10.1.1.6]
Journal of Novel Researches on Electrical Power - Vol. 10 -No.1 Spring 2021
[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

[9] C. Ionescu, J. T. Machado,R. De Keyser, *"Fractional-order impulse response of the respiratory system*", Computers & Mathematics with Applications, vol. 62, no. 3, pp. 845-854, Aug. 2011.

[10] H. Delavari, P. Lanusse,J. Sabatier, "*Fractional order controller design for a flexible link manipulator robot*", Asian Journal of Control, vol. 15, no. 3, pp. 783-795, May 2013.

[11] Y. Tang, Y. Wang, M. Han,Q. Lian, "*Adaptive fuzzy fractional-order sliding mode controller design for antilock braking systems*", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 138, no. 4, Apr. 2016.

[12] N. Nikdel, M. Badamchizadeh, V. Azimirad,M. A. Nazari, "*Fractional-order adaptive backstepping control of robotic manipulators in the presence of model uncertainties and external disturbances*", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 63, no. 10, pp. 6249-6256, Jun 2016.

[13] D. Nojavanzadeh,M. Badamchizadeh, "*Adaptive fractional-order non-singular fast terminal sliding mode control for robot manipulators*", IET Control Theory & Applications, vol. 10, no. 13, pp. 1565-1572, Aug. 2016.

[14] Y. Wang, L. Gu, Y. Xu,X. Cao, "*Practical tracking control of robot manipulators with continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode*", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 63, no. 10, pp. 6194-6204, May 2016.

[15] M. Gheisarnezhad,H. Mojallali, "*Fractional order PID controller design for level control of three tank system based on improved cuckoo optimization algorithm*", Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 5, no. 20, pp. 55-66, Winter 2015 (in Persian).

[16] R. Sharma, K. Rana,V. Kumar, "*Performance analysis of fractional order fuzzy PID controllers applied to a robotic manipulator*", Expert systems with applications, vol. 41, no. 9, pp. 4274-4289, Jul. 2014.

[17] A. Asgharnia, R. Shahnazi,A. Jamali, "*Performance and robustness of optimal fractional fuzzy PID controllers for pitch control of a wind turbine using chaotic optimization algorithms*", ISA transactions, vol. 79, pp. 27-44, Aug. 2018.

[18] M. Bataghva, M. Hashemi, "*Adaptive sliding mode synchronisation for fractional-order non-linear systems in the presence of time-varying actuator faults*", IET Control Theory and Applications, vol. 12, no. 3, pp. 377-383, Nov. 2017.

[19] I. Petráš, "*Chaos in the fractional-order Volta's system: modeling and simulation*", Nonlinear Dynamics, vol. 57, no. 1-2, pp. 157-170, Jul. 2009.

[20] X. Wu,H. Wang, "*A new chaotic system with fractional order and its projective synchronization*", Nonlinear dynamics, vol. 61, no. 3, pp. 407-417, Aug. 2010.

[21] D.-y. Chen, Y.-x. Liu, X.-y. Ma,R.-f. Zhang, "*Control of a class of fractional-order chaotic systems via sliding mode*", Nonlinear Dynamics, vol. 67, no. 1, pp. 893-901, Jan. 2012.

[22] C. Yin, S.-m. Zhong,W.-f. Chen, "*Design of sliding mode controller for a class of fractional-order chaotic systems*", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 17, no. 1, pp. 356-366, Jan. 2012.

[23] Y. Wu,H. Lv, "*Adaptive neural network backstepping control for a class of uncertain fractional-order chaotic systems with unknown backlash-like hysteresis*", Aip Advances, vol. 6, no. 8, p. 085121, Aug. 2016.

[24] A. Boulkroune, A. Bouzeriba,T. Bouden, "*Fuzzy generalized projective synchronization of incommensurate fractional-order chaotic systems*", Neurocomputing, vol. 173, pp. 606-614, Jan. 2016.

[25] S. H. Hosseinnia, R. Ghaderi, M. Mahmoudian, S. Momani, "*Sliding mode synchronization of an uncertain fractional order chaotic system*", Computers & Mathematics with Applications, vol. 59, no. 5, pp. 1637-1643, Mar. 2010.

[26] R. Behinfaraz, S. Ghaemi,S. Khanmohammadi, "*Adaptive synchronization of new fractional-order chaotic systems with fractional adaption laws based on risk analysis*", Mathematical Methods in the Applied Sciences, vol. 42, no. 6, pp. 1772-1785, Apr. 2019.

[27] S. Wang, Y. Yu,G. Wen, "*Hybrid projective synchronization of time-delayed fractional order chaotic systems*", Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, vol. 11, pp. 129-138, Jan. 2014.

[28] P. Balasubramaniam, P. Muthukumar,K. Ratnavelu, "*Theoretical and practical applications of fuzzy fractional integral sliding mode control for fractional-order dynamical system*", Nonlinear Dynamics, vol. 80, no. 1-2, pp. 249-267, Apr. 2015.

[۲۹] هاشمی مهناز، پویان امیر، **"کنترل همزمان ساز تطبیقی سیستم‌های غیرخطی آشوب در حضور اشباع ورودی و عیب عملگر"**، روش‌های هوشمند در صنعت برق، سال: ۱۰، ش.: ۳۹، ص.: ۵۳-۶۰، ۱۳۹۸.

[30] M. Pourmahmood, S. Khanmohammadi, G. Alizadeh, "*Synchronization of two different uncertain chaotic systems with unknown parameters using a robust adaptive sliding mode controller*", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 16, no. 7, pp. 2853-2868, July 2011.

[31] S. Shao, M. Chen, X. Yan, "*Adaptive sliding mode synchronization for a class of fractional-order chaotic systems with disturbance"*, Nonlinear Dynamics, vol. 83, no. 4, pp. 1855-1866, Mar. 2016.

[32] A. Modiri, S. Mobayen, "*Adaptive terminal sliding mode control scheme for synchronization of fractional-order uncertain chaotic systems*", ISA transactions, vol. 105, pp. 33-50, Oct. 2020.

[33] M. Tabasi, S. Balochian, "*Synchronization of the chaotic fractional-order Genesio–Tesi systems using the adaptive sliding mode fractional-order controller*", Journal of Control, Automation and Electrical Systems, vol. 29, no. 1, pp. 15-21, Feb. 2018.

[34] K. Diethelm, N. J. Ford,A. D. Freed, "*A predictor-corrector approach for the numerical solution of fractional differential equations*", Nonlinear Dynamics, vol. 29, no. 1-4, pp. 3-22, July 2002.

[35] G. Shahgholian, Z. Azimi, "*Analysis and design of a DSTATCOM based on sliding mode control strategy for improvement of voltage sag in distribution systems*", Electronics, vol. 5, no. *3*, pp. 1-12, 2016.

[36] B. Khajeh-Shalaly, G. Shahgholian, "*A multi-slope sliding-mode control approach for single-phase inverters under different loads*", Electronics, vol. 5, no. 4, Oct. 2016.

[۳۷] طبیبی حامد، پارسا محسن، **"کنترل مد لغزشی توربین گازی مبتنی بر رویت‌گر تطبیقی غیرخطی"**، روش‌های هوشمند در صنعت برق، سال: ۱۳، ش.: ۴۹، ص.: ۱۹-۳۰، بهار ۱۴۰۱.

[38] G. Shahgholian, A. Rajabi, B. Karimi, "*Analysis and design of PSS for multi-machine power system based on*

[DOR: 20.1001.1.23222468.1400.10.1.1.6]
Journal of Novel Researches on Electrical Power - Vol. 10 -No.1 Spring 2021
[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

sliding mode control theory", International Review of Electrical Engineering, vol. 4, no. 2, Oct. 2010.

[۳۹] عباس‌نژاد احسان، حریفی عباس، **"طراحی کنترل کننده مد لغزشی برای ربات تعادلی دو چرخ"**، روش‌های هوشمند در صنعت برق، سال: ۵، ش.: ۱۹، ص.: ۴۵-۵۴، ۱۳۹۳.

[40] A. Jafari, G. Shahgholian, "*Analysis and simulation of a sliding mode controller for mechanical part of a doubly-fed induction generator based wind turbine*", IET Generation, Transmission and Distribution, Vol. 11, No. 10, pp. 2677-2688, July 2017.

[41] P. Gao, G. Zhang, H. Ouyang, L. Mei, "*An adaptive super twisting nonlinear fractional order PID sliding mode control of permanent magnet synchronous motor speed regulation system based on extended state observer*", IEEE Access, vol. 8, pp. 53498-53510, 2020.

زیرنویس‌ها

1. Fractional calculus
2. Abel
3. Isochrones curve
4. Fractional order controller
5. Disturbance
6. Fractional order proportional integral derivative
7. Multi-Input Multi-Output
8. Chaos
9. Volta
10. Rikitake
11. Chen
12. Financial
13. Lorenz
14. Arendo
15. Liue
16. Chattering phenomenon

[DOR: 20.1001.1.23222468.1400.10.1.1.6]
Journal of Novel Researches on Electrical Power - Vol. 10 -No.1 Spring 2021
[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

Adaptive Sliding Synchronization of Duffing-Holmes Fractional Order Chaotic Systems with Uncertainty and the Fractional Order Sliding Surface

Samaneh Payandeh Najafabadi[1,3], Mahnaz Hashemi[2,3]

1- M.Sc, Department of Electrical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran, samanehpaiandeh@sel.iaun.ac.ir
2- Assistant Professor- Department of Electrical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran, m.hashemi@pel.iaun.ac.ir
3- Smart Microgrid Research Center, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

Abstract: **In this paper, the problem of adaptive sliding synchronization of Duffing-Holmes fractional order chaotic systems is investigated in the presence of uncertainty, disturbance with the fractional order sliding surface. Master and Slave systems dynamics include uncertainty. In this design, the adaptive sliding control method is used. At first, the upper bound of uncertainty and disturbance in the slave system is estimated and compensated, then a new fractional order sliding surface is designed for two systems synchronization as the slave system can fallow the master system. Despite the presence of uncertainty and disturbance, the proposed adaptive sliding mode controller guarantees the asymptotic stability of synchronization error and boundedness of close loop signals with the fractional order sliding surface. Finally, simulation results show the effectiveness and correctness of the control method presented in synchronization of two Duffing-Holmes fractional order chaotic systems together with the fractional order sliding surface and the estimation of the system uncertainty.**

Keywords: Fractional Order Sliding Surface, Duffing-Holmes Fractional Order Chaotic System, Adaptive Sliding Control, Uncertainty and Disturbance, Synchronization.

[DOR: 20.1001.1.23222468.1400.10.1.1.6]
Journal of Novel Researches on Electrical Power - Vol. 10 -No.1 Spring 2021
[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]