طراحی کنترل کننده مد لغزشی فازی تطبیقی مرتبه کسری برای سیستم چند متغیره با عدم قطعیت

فریده اله وردی*[۱]، علی باجی[۲]

*۱- گروه برق، واحد اندیمشک ، دانشگاه آزاد اسلامی ، اندیمشک، ایران. Fa.allahverdi@iau.ac.ir
۲- گروه برق، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی ، دزفول، ایران. alibaji37@gmail.com
تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۹/۷ تاریخ پذیرش:۱۴۰۲/۱۱/۳

چکیده: در این مقاله کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی فازی مقاوم مرتبه کسری برای سیستم های نامعین چند ورودی چند خروجی طراحی می گردد. به دلیل دستیابی به دقت و آزادی بیشتر در محاسبات مرتبه کسری نسبت به مرتبه صحیح، سطح لغزش در طراحی قانون کنترل بر اساس محاسبات مرتبه کسری خواهد بود. همچنین سیستم فازی جهت تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده بکار گرفته می شود. در نهایت تحلیل پایداری کنترل‌کننده با روش لیاپانوف مرتبه کسری صورت می گیرد. عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی روی بازوی رباتیکی دولینکی مورد ارزیابی قرار می گیرد و درنهایت این کنترل‌کننده با سه کنترل‌کننده مدلغزشی نهایی مرتبه کسری، مدلغزشی نهایی سریع مرتبه کسری و مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری مقایسه می گردد. نتایج شبیه سازی با نرم افزار متلب نشان می‌دهد سرعت همگرایی خطا به صفر، تضمین پایداری و نیز کاهش نوسانات سیگنال خروجی در روش کنترل مد لغزشی سریع ناتکین مرتبه کسری بر اساس تنظیم پارامترها توسط سیستم فازی نسبت به سه نوع کنترل‌کننده دیگر بیشتر است.

واژه‌های کلیدی: کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع، محاسبات مرتبه کسری، عدم قطعیت پارامترهای مدل

۱- مقدمه

یکی از موضوعات اصلی در طراحی کنترل‌کننده‌ها، کنترل باوجود نامعینی و عدم قطعیت در پارامترها می‌باشد. به همین دلیل در سال‌های اخیر پژوهش‌ها و مطالعات زیادی بر روی فرآیندهایی که دارای نامعینی هستند انجام گرفته است و با وجود توسعه‌ی گسترده‌ی انواع روش‌های موفق کنترل تطبیقی، علاقه‌مندی فزآینده‌ای برای استفاده از روش‌های کنترل مد لغزشی به‌دلیل مشخصه‌ی مقاوم بودن بالا و نیز سادگی آن در مقابله با عدم قطعیت و نامعینی‌های غیرپارامتری و دینامیک‌های مدل نشده وجود دارد [۴]. در سالهای اخیر و پس از توسعه مفاهیم معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری در زمینه‌های کاربردی مهندسی، مشخص شد که بسیاری از سیستم‌ها می‌توانند توسط این معادلات توصیف شوند [۵]. کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری به دلیل انعطاف‌پذیری بیشتر نسبت به کنترل‌کننده‌های مرتبه صحیح در بسیاری از زمینه‌ها به خصوص در زمینه مهندسی بکار گرفته شده‌اند، به طوری که کسری بودن دینامیک کنترل‌کننده باعث کنترل آسان سیستم‌های پیچیده می‌شود و این امکان را به طراح می‌دهد که به پاسخ‌های مورد نظر دست یابد. همچنین با به‌کارگیری این معادلات، امکان طراحی کنترل‌کننده‌هایی با عملکرد بهتر در قیاس با کنترل‌کننده‌های مرتبه صحیح فراهم شده است. بنابراین با استفاده از سطح لغزش مرتبه کسری، سیستم کنترل در ردیابی مسیر مطلوب می‌تواند پاسخ مقاوم‌تر و سریع‌تری بدهد. همچنین نشان داده شده است

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

که ردیابی خطا و تضمین پایداری در حضور اغتشاش و نیز کاهش نوسانات در سیگنال خروجی در روش کنترل مد لغزشی مرتبه کسری براساس تنظیم پارامترها توسط کنترل فازی نسبت به مرتبه صحیح آن عملکرد بهتری دارد [۶]. در [۷] یک کنترل‌کننده مد لغزشی فازی مرتبه کسری برای کنترل یک سیستم غیر خطی استفاده شده است، که از کنترل‌کننده فازی جهت کاهش پدیده چترینگ و کنترل سیستم به صورت هوشمند استفاده شده است. در مراجع [۸، ۹] برای کاهش پدیده چترینگ در یک سیستم غیرخطی از یک سیستم فازی و تابع تانژانت هیپربولیک استفاده شده است. در طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی به منظور رساندن حالت‌های سیستم در زمان محدود به نقاط تعادل خود و همچنین تضمین غیر تکین بودن سیگنال کنترلی از روش مد لغزشی ترمینال سریع استفاده می‌شود. در مرجع [۱۰] از روش مد لغزشی ترمینال سریع جهت تسریع در همگرایی حالت‌ها به نقطه تعادل استفاده شده است. در [۱۱، ۹] یک سطح لغزش انتگرالی برای سامانه تصادفی ساخته شده و شرایط کافی برای وجود سطح به صورت نامعادلات ماتریسی خطی ارایه شده است. خاندانی و همکارانش [۱]، روشی برای بررسی پایداری سامانه‌های تصادفی مرتبه کسری ارایه داده‌اند. در این رویکرد ابتدا از فرمول ایتوی کسری، مفهوم عملگر بینهایت کوچک توسعه داده شده، که به وسیله آن بررسی پایداری سامانه‌های تصادفی کسری با استفاده از توابع لیاپانوف ممکن می‌گردد. سپس از معیار پایداری ارایه شده برای توسعه روش کنترل مد لغزشی برای سامانه‌های تصادفی کسری دارای تاخیر حالت استفاده شده است. روش طراحی ارایه رسیدن مسیرهای حالت به سطح لغزش را با احتمال یک تضمین می‌نماید. بررسی پایداری سامانه در مد لغزش نیز با استفاده از عملگر بینهایت کوچک کسری ارایه شده انجام شده و شروط پایداری تصادفی سامانه در قالب نامعادلات ماتریس خطی ارایه شده است. جهت نشان دادن کارایی نتایج، کاربرد آن در کنترل زاویه پره یک توربین بادی با سرعت متغیر ارایه شده است. همچنین فاضلی اصل و موسی پور [۲]، یک کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال نوع سریع بازگشت به عقب مرتبه کسری برای کنترل یک ژیروسکوپ سه محوره میکروالکترومکانیکی دارای نامعینی پارامتری و اغتشاشات داخلی و خارجی، پیشنهاد داده‌اند. برای جبران نامعینی‌ها و همچنین اغتشاشات وارده به سیستم از ترکیب کنترل‌کننده‌های غیر خطی مقاوم مد لغزشی و بازگشت به عقب استفاده شده است. در روش پیشنهادی، سطح لغزش به صورت مرتبه کسری انتخاب شده است. پایداری مجانبی کلی سیستم حلقه بسته با استفاده از قضیه پایداری لیاپانوف اثبات شده است. همچنین علاوه بر کنترل‌کننده پیشنهادی مذکور، آنها یک کنترل‌کننده مد لغزشی بازگشت به عقب مرتبه کسری برای سیستم ژیروسکوپ طراحی و پیاده‌سازی نموده‌اند. به منظور ارزیابی کارایی کنترل‌کننده‌های طراحی شده در این تحقیق با کنترل‌کننده مد لغزشی بازگشت به عقب و مد لغزشی ترمینال سریع بازگشت به عقب مقایسه شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل‌کننده پیشنهادی دارای پاسخ‌گذاری سریعتر نسبت به دیگر کنترل‌کننده‌ها می‌باشد. همچنین پدیده چترینگ در کنترل‌کننده‌های طراحی شده مرتبه کسری، برخلاف دو کنترل‌کننده دیگر کاهش چشمگیری پیدا کرده است. فرهادی و همکارانش [۳]، در تحقیق خود از یک سطح لغزش مرتبه کسری برای طراحی قانون کنترل مد لغزشی برای کوادروتور استفاده نموده‌اند. هدف از آن بهبود عملکرد و کاهش پدیده چترینگ در روش مد لغزش بوده است. نوجوان‌زاده و همکاران [۱۲] از کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال سریع غیر تکین مرتبه کسری برای کنترل ربات استفاده کرده است. در [۱۳] یک کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه کسری فازی برای یک دسته از سیستم‌های غیرخطی بیان شده است و از یک سطح لغزش مرتبه کسری با مرتبه‌ی کسری کمتر از یک برای طراحی قانون کنترل استفاده شده است. روش ارائه شده در مورد دو سیستم بازوی ربات و مخازن به هم متصل مورد بررسی قرار گرفته و به این نتیجه رسیده است که با استفاده از سطح لغزش مرتبه کسری، سیستم کنترل در ردیابی مسیر مطلوب می‌تواند پاسخ مقاوم‌تر و سریع‌تری بدهد. سپس با هدف کاهش پدیده چترینگ از الگوریتم فازی در تعیین بهره تابع علامت استفاده کرده است. در [14] کنترل فازی کسری تطبیقی لغزشی برای ردیابی مسیر ربات نامشخص ارائه شده است. در کنترل فازی کسری تطبیقی پارامترهای فازی از طریق قوانین انطباق مرتبه کسری به روز می شوند. ایده اصلی این کار استفاده از ورودی کسری برای کنترل سیستم‌های غیرخطی مرتبه صحیح پیچیده است. در [15] یک روش کنترل مود لغزشی سریع ترمینال فازی تطبیقی (FO) جدید را برای یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی در حضور عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی معرفی می‌کند. برای این منظور، ابتدا با استفاده از حساب کسری، یک سطح لغزشی غیرخطی FO پیشنهاد شده و سپس کنترل‌کننده حالت لغزشی ترمینال سریع FO (FOFTSMC) برای برآوردن شرایط لغزش در زمان محدود طراحی می‌شود. در این پژوهش روش غیرخطی کنترل‌کننده مد لغزشی با لایه مرزی تطبیقی از طریق تابع لغزشی متغیر با زمان به کار گرفته می‌شود. سطح لغزشی متغیر با زمان همه فرکانس‌های مدل نشده سیستم را فیلتر می‌کند. پهنای لایه مرزی با توجه به مقدار خطا قابل تنظیم است. از اینرو می‌توان تاثیرات منفی نامعینی‌ها و فرکانس‌های مدل نشده سیستم را بر فرآیند کنترل کاهش داد. پدیده چترینگ نیز رخ نخواهد داد و هزینه کنترل در مقایسه با دیگر روش‌ها کمتر خواهد بود، در نتیجه ردیابی بهینه بدست می‌آید. در ادامه در بخش ۲ انواع کنترل مدلغزشی توضیح داده خواهد شد سپس در بخش ۳ توابع عضویت و قواعد سیستم فازی بیان می شوند. در بخش ۴ جهت ارزیابی عملکرد کنترلر پیشنهادی مدل بازوی مکانیکی دو لینکی مورد بررسی قرار می گیرد و در نهایت در بخش ۵ نتایج شبیه سازی با نرم افزار متلب نشان داده می شوند.

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

۲- انواع کنترل مد لغزشی

۲-۱ کنترل مد لغزشی نهایی مرتبه کسری

خطای ردیابی در این مقاله بفرم زیر تعریف می‌گردد:

$$e(t)=x_d(t)-x(t) \qquad (۱)$$

قضیه ۱ [۵]: سطح لغزشی بصورت زیر در نظر بگیرید:

$$s=D^{\alpha}\ddot{e}+\lambda e(t)^{p/q}, \qquad \alpha\in(0,1) \qquad (۲)$$

که p و q اعداد صحیح عددی مثبت هستند. سیستم تعریف شده در رابطه (۲) را بهمراه عدم قطعیت انباشته شده با توجه به شرط $\left\|D^{\alpha+1}\left(L(x,t)\right)\right\|\le\delta$ در نظر بگیرید. اگر قانون کنترل مد لغزشی نهایی به شرح زیر طراحی شده باشد:

$$u(t)=G_n^{-1}\left[\ddot{x}_d-F_n(x,t)+D^{-1-\alpha}\left(\lambda\frac{p}{q}e^{(p/q)-1}\dot{e}+ks+K\,\mathrm{sgn}(s)+\delta\right)\right] \qquad (۳)$$

که k و K ثابت مثبت هستند و $sgn(s)$ تابع علامت سطح لغزشی s و λ یک ثابت طراحی مثبت است. در مرجع [۵] اثبات می‌گردد که با اعمال کنترل‌کننده فوق خطای ردیابی در زمان محدود همگرا به صفر می‌شود. با مشتق‌گیری از رابطه (۲) با توجه به زمان داریم:

$$\dot{s}=D^{1+\alpha}\ddot{e}+\lambda\frac{p}{q}e(t)^{(p/q)-1}\dot{e} \qquad (۴)$$

برای حذف نوسانات شدید[۱] ورودی کنترلی فوق را می‌توان به فرم زیر اصلاح نمود:

$$u(t)=G_n^{-1}\left[\begin{array}{l}\ddot{x}_d(t)-F_n(x,t)+\\ D^{-1-\alpha}\left(\lambda\frac{p}{q}e(t)^{(p/q)-1}\dot{e}+ks+K\,sig^{\rho}(s)\right)+\delta\end{array}\right] \qquad (۵)$$

که ρ یک پارامتر طراحی مثبت و $sig^{\rho}(s)=|s|^{\rho}\,\mathrm{sgn}(s)$ است.

۲-۲ کنترل مدلغزشی نهایی سریع مرتبه کسری[۲] (OF-TSMC)

سطح لغزش مرتبه کسری را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد [۱۷]:

$$s=D^{\alpha}\ddot{e}+k_1sig^{a_1}(e)+k_2sig^{a_2}(e) \qquad (۶)$$

که در آن: $0\le\alpha<1$، $k_1=diag(k_{11},...,k_{1n})>0$،

$k_2=diag(k_{21},...,k_{2n})>0$،

$a_1>1$، $sig^{a_i}(e)=|e|^{a_1}\,\mathrm{sgn}(e)(i=1,2)$

و $0<a_2=p/q<1$ و qوp اعداد فرد هستند. توجه داشته باشید که

$$\frac{d}{dt}sig^{a_i}(e)=a_i|e|^{a_i-1}(e)\,\mathrm{sgn}(e)\dot{e} \qquad (۷)$$

یک قانون دستیابی به نوع مد لغزشی نهایی سریع بفرم زیر تعریف شده است:

$$\dot{s}=D^{1+\alpha}\ddot{e}+\left(\bar{k}_1|e|^{a_1-1}+\bar{k}_2|e|^{a_2-1}\right)\dot{e} \qquad (۸)$$

که $\bar{k}_1=k_1a_1$ و $\bar{k}_2=k_2a_2$. اگر قانون کنترل مد نهایی به صورت زیر تعریف شود:

$$u=G_n^{-1}\left[\ddot{x}_d(t)+D^{-\alpha-1}\left(\left(\bar{k}_1|e|^{a_1-1}+\bar{k}_2|e|^{a_2-1}\right)\dot{e}\right)-F_n(x,t)+D^{-\alpha-1}\left(\gamma_1s+\gamma_2sig^{\rho}(s)+\delta\,\mathrm{sgn}(s)\right)\right] \qquad (۹)$$

که $0<\rho<1$ ، آنگاه قضیه ۲ برقرار است.

لم ۱ [۱۸]. اگر مشتق کسری ریمان-لیوویل[۳] ${}_{\alpha}D_t^{\alpha}f(t)\,(n-1\le\alpha<n)$ و تابع $f(t)$ انتگرال‌پذیر: آنگاه:

$${}_aD_t^{-\alpha}\left({}_aD_t^{\beta-\alpha}f(t)\right)=$$

$${}_aD_t^{\beta-\alpha}f(t)-\sum_{j=1}^{n}\left[{}_aD_t^{\beta-\alpha}f(t)\right]_{t=a}\frac{(t-a)^{\alpha-j}}{\Gamma(1+\alpha-j)} \qquad (۱۰)$$

لم ۲ [۱۹]. عملگر انتگرال کسری ${}_aI_t^{\alpha}$ با $\alpha>0$ کرانه‌دار است،

$$\left\|I^{\alpha}y\right\|\le K\|y\|_p, \qquad 0\le K<\infty,\ 1\le p\le\infty$$

لم ۳ [۲۰]. مشتقات و انتگرال مرتبه کسری دارای خواص زیر هستند:

خاصیت نیم‌گروهی[۴]:

$${}_aD_t^{-\alpha}\,{}_aD_t^{-\beta}f(t)={}_aD_t^{-\alpha-\beta}f(t) \qquad (۱۱)$$

قوانین ترکیب[۵]:

$$\frac{d^n}{dx^n}\left[{}_aD_t^{\alpha}f(t)\right]={}_aD_t^{n+\alpha}f(t) \qquad (۱۲)$$

$${}_aD_t^{\alpha}\left[\frac{d^n}{dx^n}f(t)\right]={}_aD_t^{n+\alpha}f(t)-\sum_{j=0}^{n-1}\frac{f^{(j)}(a)(t-a)^{j-\alpha-n}}{\Gamma(1+j-\alpha-n)} \qquad (۱۳)$$

قضیه ۲ [۱۷]. سطح لغزشی تعریف شده توسط رابطه (۶) را در نظر بگیرید، که p و q عدد صحیح عددی مثبت هستند. همچنین سیستم غیر خطی (۲) را با عدم قطعیت انباشته شده با شرط $\left\|D^{\alpha+1}\left(L(x,t)\right)\right\|\le\delta$ فرض کنید. اگر قانون کنترل مد لغزشی نهایی بفرم (۸) تنظیم شده باشد، خطای ردیابی در زمان محدود به صفر همگرا می‌شود.

اثبات: تابع لیاپانوف بصورت زیر مفروض است:

$$V=\frac{1}{2}s^Ts. \qquad (۱۴)$$

با مشتق‌گیری زمانی از رابطه (۱۵)، با توجه به رابطه (۸) و $f(t)=D^{1+\alpha}\left(D^{-(1+\alpha)}f(t)\right)$ داریم:

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

$$\begin{aligned}\dot{V} &= s^T\dot{s} = s^T\left(D^{1+\alpha}\ddot{e}+\left(\bar{k}_1|e|^{a_1-1}+\bar{k}_2|e|^{a_2-1}\right)\dot{e}\right)\\ &= s^T(D^{1+\alpha}\left(\ddot{x}_d(t)-F(x,t)-G_n(x,t)u(t)-L(x,t)\right)\\ &+\left(\bar{k}_1|e|^{a_1-1}+\bar{k}_2|e|^{a_2-1}\right)\dot{e}\right)\\ &= s^T\left(-D^{1+\alpha}\left(D^{-\alpha-1}\left(\left(\bar{k}_1|e|^{a_1-1}+\bar{k}_2|e|^{a_2-1}\right)\dot{e}\right)\right)\right.\\ &\quad -D^{1+\alpha}\left(D^{-\alpha-1}\left(\left(\gamma_1 s+\gamma_2 sig^{\rho}(s)+\delta\,\mathrm{sgn}(s)\right)\right)\right)\\ &\quad \left.-D^{1+\alpha}\left(L(x,t)\right)+\left(\left(\bar{k}_1|e|^{a_1-1}+\bar{k}_2|e|^{a_2-1}\right)\dot{e}\right)\right)\\ &= s^T\left(-\gamma_1 s-\gamma_2 sig^{\rho}(s)-\delta\,\mathrm{sgn}(s)-D^{1+\alpha}\left(L(x,t)\right)\right)\\ &= s^T\left(-\gamma_1 s-\gamma_2 sig^{\rho}(s)\right)-\delta|s|-s^T D^{1+\alpha}\left(L(x,t)\right)\\ &\le s^T\left(-\gamma_1 s-\gamma_2 sig^{\rho}(s)\right)=-\gamma_1\|s\|^2-\gamma_2\|s\|^{\rho+1}\end{aligned} \quad (۱۵)$$

با انتخاب مناسب $\gamma_1>0$ و $\gamma_2>0$، وقتی $\|s\|\neq 0$، $\dot{V}<0$ خواهد بود، بنابراین حرکت لغزشی به صفر صفر همگرا می‌شود. برای تأیید اینکه خطای ردیابی در زمان محدود رخ می‌دهد، می‌توان یک زمان توقف را به صورت زیر تعریف نمود:

$$\tau_s=\inf\left\{t\ge t_r\,|\,e(t)=0\right\} \quad (۱۶)$$

که t_r زمان رسیدن به سطح لغزش برای حالت‌های سیستم و $s(t_r)=0$ است. با در نظر گرفتن مفهوم اپراتورهای انتگرال و مشتق کسری در (۶) داریم:

$$D^{-\alpha}\left(D^{\alpha}\ddot{e}(t)\right)=D^{-\alpha}\left(-k_1 sig^{a_1}e-k_2 sig^{a_2}e\right) \quad (۱۷)$$

با توجه به لم ۱ رابطه زیر برقرار است:

$$e(t)-\left[{}_{t_r}D_t^{\alpha-1}\ddot{e}(t)\right]_{t-t_r}\frac{(t-t_r)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}=-D^{-\alpha}\left(k_1 sig^{a_1}e+k_2 sig^{a_2}e\right) \quad (۱۸)$$

از آنجا که $\alpha-1<0$ داریم:

$$\left[{}_{t_r}D_t^{\alpha-1}\ddot{e}(t)\right]_{t-t_r}\frac{(t-t_r)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}=0 \quad (۱۹)$$

از ترکیب (۱۹) با (۲۰) بدست می‌آید:

$$\ddot{e}(t)=-D^{-\alpha}\left(k_1 sig^{a_1}e+k_2 sig^{a_2}e\right) \quad (۲۰)$$

توسط تعریف ریمان_لیوویل و لم ۱، عملگر ${}_{t_r}D_t^{-2}$ و قانون انجمنی نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{aligned}&e(t)-\left[{}_{t_r}D_t e(t)\right]_{t=t_r}\frac{(t-t_r)}{2}-e(t_r)\\ &=-{}_{t_r}D_t^{-2-\alpha}\left(k_1 sig^{a_1}e+k_2 sig^{a_2}e\right)\end{aligned} \quad (۲۱)$$

باتوجه به لم ۲ داریم:

$$-{}_{t_r}D_t^{-2-\alpha}\left(k_1 sig^{a_1}e+k_2 sig^{a_2}e\right)\le K_1\left\|e^{a_1}\right\|+K_2\left\|e^{a_2}\right\| \quad (۲۲)$$

که $K_1=Kk_1$ و $K_2=Kk_2$ است. حال می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\left\|e(t)-\left[{}_{t_r}De(t)\right]_{t=t_r}\frac{(t-t_r)}{2}\right\|-\|e(t_r)\|\le K_1\left\|e^{a_1}\right\|+K_2\left\|e^{a_2}\right\| \quad (۲۳)$$

توجه داشته باشید که $e(t_s)=0$ است، بنابراین داریم:

$$\left\|\frac{\left[{}_{t_r}D_t e(t)\right]_{t=t_r}}{2}\right\|(t_s-t_r)\le\|e(t_r)\| \quad (۲۴)$$

حال دو حالت مختلف برای رابطه (۲۵) در نظر می‌گیریم، اگر $\|\dot{e}(t_r)\|\neq 0$ آنگاه داریم:

$$t_s\le\frac{2\|e(t_r)\|}{\|\dot{e}(t_r)\|}+t_r \quad (۲۵)$$

اگر $\|\dot{e}(t_r)\|=0$ و $e(t_r)=0$ باشد، داریم $t_s=t_r$. حال اگر $e(t_r)\neq 0$ باشد، می‌دانیم که $\|\dot{e}(t_r)\|=0$ و $\|e(t)\|\le\|e(t_r)\|$. بنابراین دو وضعیت بوجود می‌آید، در حالت نخست اگر $e(t)<0$ باشد آنگاه $e(t)\to 0$ در $t\to\infty$، در حالت دوم اگر $e(t)>0$ باشد آنگاه $e(t)\to 0$ در $t\to\infty$ است. برای ساده‌سازی، ما فقط مورد $\|\dot{e}(t_r)\|=0$، $e(t_r)=0$ و $t\ge t_r$ را در نظر می‌گیریم، زیرا اثبات مورد دیگر نیز مشابه خواهد بود. طبق قواعد ترکیب لم ۳ و (۶) داریم:

$$\begin{aligned}D^{\alpha}\ddot{e}(t)&=D^{1+\alpha}\dot{e}(t)-\frac{\dot{e}(t_r)(t-t_r)^{-\alpha-n}}{\Gamma(1-\alpha-n)}\\ &=D^{1+\alpha}\dot{e}(t)-k_1 sig^{a_1}e+k_2 sig^{a_2}e\\ &\le -k_1 sig^{a_1}e=-k_1 e^{a_1}\end{aligned} \quad (۲۶)$$

از آنجایی که $\|\dot{e}(t_r)\|=0$ در نتیجه داریم:

$$\sum_{j=1}^{2}\left[{}_{t_r}D_t^{\alpha+1-j}\dot{e}(t)\right]_{t=t_r}\frac{(t-t_r)^{\alpha+1-j}}{\Gamma(2-j)}=0 \quad (۲۷)$$

$$\begin{aligned}&D^{-(\alpha+1)}\left(D_t^{\alpha+1}\dot{e}(t)\right)=\\ &\dot{e}(t)-\sum_{j=1}^{2}\left[{}_{t_r}D_t^{\alpha+1-j}\dot{e}(t)\right]_{t=t_r}\frac{(t-t_r)^{\alpha+1-j}}{\Gamma(2-j)}=\dot{e}(t)\end{aligned} \quad (۲۸)$$

براساس $\|\dot{e}(t_r)\|=0$ و $e(t_r)>0$ و تعریف مشتق کسری ریمان-لیوویل داریم:

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

$$D^{-(\alpha+1)}\left(-k_1 e^{a_1}\right)=\frac{-k_1}{\Gamma(\alpha+1)}\int_{t_r}^{t}\frac{e^{a_1}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha}}d\tau$$

$$\le\frac{-k_1}{\Gamma(\alpha+1)}\int_{t_r}^{t}\frac{e^{a_1}(\tau)}{(t_s-t_r)^{\alpha}}d\tau$$

(۲۹)

که به ازای تمامی $t\ge t_r$ داریم $0<(t-\tau)^{\alpha}\le(t_s-t_r)^{\alpha}$. بنابراین، رابطه (۲۹) را می‌تواند ساده‌سازی نمود:

$$\dot{e}(t)\le\frac{-k_1}{\Gamma(\alpha+1)}\int_{t_r}^{t}\frac{e^{a_1}(\tau)}{(t_s-t_r)^{\alpha}}dt \qquad (۳۰)$$

انتگرال رابطه (۳۱) با توجه به t در بازه $[t_r,t_s]$ و ترکیب $e(t_s)=0$ و رابطه (۳۰)، نامساوی زیر را نتیجه می‌دهد:

$$-e(t_r)\le\frac{-k_1}{\Gamma(\alpha+1)}(t_s-t_r)^{-\alpha}\int_{t_r}^{t_s}\int_{t_r}^{t}e^{a_1}(\tau)d\tau\,dt \qquad (۳۱)$$

برای انتگرال دوگانه در رابطه (۳۲)، با بکارگیری قضیه مقدار میانگین $\xi_1\in(t_r,t_s)$ و $e(\xi_1)>0$ وجود خواهد داشت که معادله (۳۳) را برآورده می‌سازد،

$$-e(t_r)\le\frac{-k_1 e^{a_1}(\xi_1)(t_s-t_r)^{2-\alpha}}{2\Gamma(\alpha+1)} \qquad (۳۲)$$

در نهایت داریم:

$$t_s\le t_r+\left(\frac{2\Gamma(\alpha+1)e(t_r)}{k_1.e^{a_1}(\xi_1)}\right)^{1/(2-\alpha)} \qquad (۳۳)$$

از رابطه (۳۱) مشاهده می‌گردد که t_s نمی‌تواند بی‌نهایت باشد؛ در حقیقت، سمت راست معادله (۳۴) وقتی که $t_r<t<t_s$ محدود است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مسیرهای سیستم به مسیرهای مرجع در زمان محدود همگرا می‌شوند.

سطح لغزشی کسری (۶) کمی متفاوت از سطح لغزش رابطه (۳۵) است که در مرجع [۲۱] تعریف شده است:

$$s=\dot{e}+k_1 sig^{a_1}(e) \qquad (۳۴)$$

که $k_1>0,k_2>0,a_1>1$ و $0<a_2<1$. توجه دا شته با شید که $sig^{a_i}e=|e|^{a_i}\ \mathrm{sgn}(e)\ (i=1,2)$ و $a_2=p/q$.

۲-۳ کنترل مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری (FO-NFTSMC) [۶]

در طراحی کنترل مد لغزشی، اغلب مشکل تکینگی وجود دارد. دلیل آن اینست که کنترل‌کننده‌های طراحی شده اغلب دارای ترم غیرخطی مانند $x^{-\alpha}$ هستند که منجر به نامحدود شدن ورودی کنترلی در دستیابی x به صفر می‌شوند. حال در طراحی کنترل‌کننده، یک عبارت غیرتکین $\|\dot{e}\|^{2-a_2}$ برای جلوگیری از این مشکل اتخاذ می‌شود. برای دستیابی به مصالحه‌ای بین نرخ همگرایی و اجتناب از تکینگی، کنترل مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری (FO-NFTSMC) بصورت زیر پیشنهاد داده شده است:

$$s=D^{\alpha}e+k_1 sig^{a_1}e+k_2 sig^{a_2}\dot{e}=0 \qquad (۳۵)$$

که $k_1>0,k_2>0,1<a_2<2$ و $a_1>a_2$ است. حال قانون کنترل مد لغزشی نهایی بفرم زیر انتخاب می‌گردد [۱۷]:

$$u=G_n^{-1}\Big[\ddot{x}_d-F_n(x,t)+\bar{k}_2^{-1}|\dot{e}|^{2-a_2}.\left(\gamma_1 s+\gamma_2 sig^{\rho}s\right)$$
$$+\delta\,\mathrm{sgn}(s)+\bar{k}_2^{-1}|\dot{e}|^{2-a_2}\left(D^{1+\alpha}+\bar{k}_1|e|^{a_1-1}.\dot{e}\right)\Big]$$

که $\bar{k}_2=k_2a_2,\quad \bar{k}_2^{-1}=1/\bar{k}_2\ \bar{k}_1=k_1a_1,$ و γ_1,γ_2 پارامترهای طراحی هستند.

قضیه ۳ [۲۰]. سطح لغزش تعریف شده توسط رابطه (۳۶) و $k_1>0,k_2>0,1<a_2<2$ و $a_1>a_2$ در نظر بگیرید. همچنین سیستم غیر خطی (۲) را بهمراه قطعیت انباشته $\|L(x,t)\|\le\delta$ فرض کنید. حال اگر قانون کنترل مد لغزشی نهایی بفرم رابطه (۳۷) تنظیم شود، خطای ردیابی در زمان محدود به صفر همگرا می‌شود.

۲-۴ کنترل مد لغزشی ناتکین نهایی سریع فازی تطبیقی مرتبه کسری

در این بخش به منظور بهبود عملکرد و کاهش زمان نشست پاسخ حلقه بسته، یک سیستم فازی برای تنظیم پارامترهای کنترل مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری بیان شده در رابطه (۳۷) طراحی می‌شود. همانگونه که در معادله (۳۷) دیده می‌شود، معادله کنترل مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری دارای پارامترهایی طراحی $k_1,k_2,\gamma_1,\gamma_2,\delta$ است. این پارامترهای طراحی بر عملکرد و کارآیی کنترل‌کننده بسیار تاثیرگذار است، رویکرد متداول برای تنظیم آنها بصورت تجربه و آزمایش است. اما در این تحقیق یک سیستم فازی برای تنظیم پارامترهای مذکور پیشنهاد داده می‌شود. هدف تمامی سیستم‌های کنترلی ردیابی ورودی مرجع بدون وجود خطا است. از

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

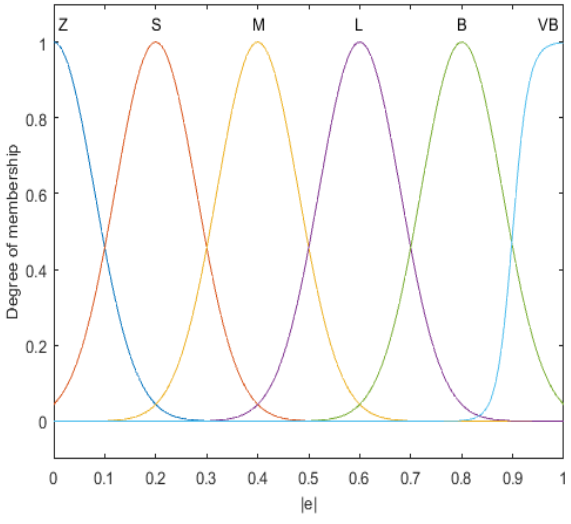
اینرو محققان علاقمند هستند که زمان گذرا به سرعت سپری شود و پاسخ سیستم به پاسخ مرجع همگرا گردد. بنابراین برای تحقق این امر نیاز است که در ابتدا فرآیند کنترلی، دامنه سیگنال کنترلی با حفظ پایداری تا حد امکان بزرگ باشد، تا زمان گذرا کمتر و سرعت کنترل‌کننده بالاتر باشد و با گذشت زمان دامنه سیگنال کنترلی به منظور همگرایی به ورودی مرجع باید کاهش یابد.

۳- قواعد و توابع عضویت فازی

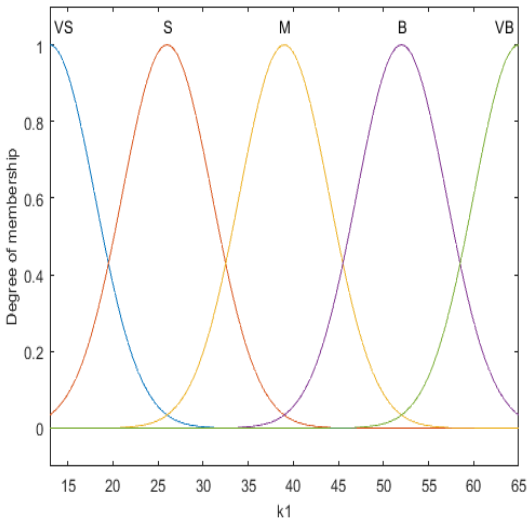
حال با توجه به توضیحات فوق و همچنین با دقت در معادله (۳۷) می‌توان دریافت که مقدار پارامترهای طراحی $k_1, k_2, \gamma_1, \gamma_2, \delta$ با قدرمطلق خطا ردیابی e مرتبط است. از اینرو در این تحقیق، برای تنظیم مقادیر مذکور به صورت تطبیقی، یک سیستم فازی ممدانی با یک ورودی (خطا ردیابی e) و پنج خروجی ($k_1, k_2, \gamma_1, \gamma_2, \delta$) ارایه می‌گردد. توابع عضویت ورودی و خروجی‌های سیستم فازی مذکور به ترتیب در شکل‌های ۱ تا ۶ نمایش داده شده است. قواعد فازی بکار گرفته شده به منظور طراحی رویکرد فازی مورد نظر نیز در جدول ۱ ارایه شده است.

جدول (۱) : قواعد فازی به منظور تنظیم پارامترها کنترل‌کننده پیشنهادی

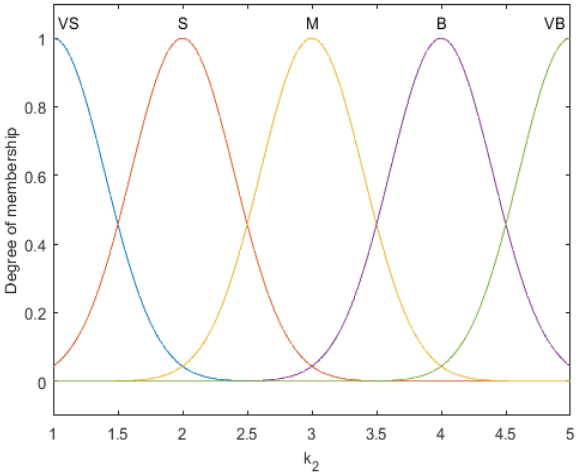
VB	B	L	M	S	Z	$\|e\|$
VB	VB	B	M	S	VS	k_1
VB	VB	B	M	S	VS	k_2
VS	S	M	B	VB	VB	γ_1
VB	VB	B	M	S	VS	γ_2
VB	VB	B	M	S	VS	δ



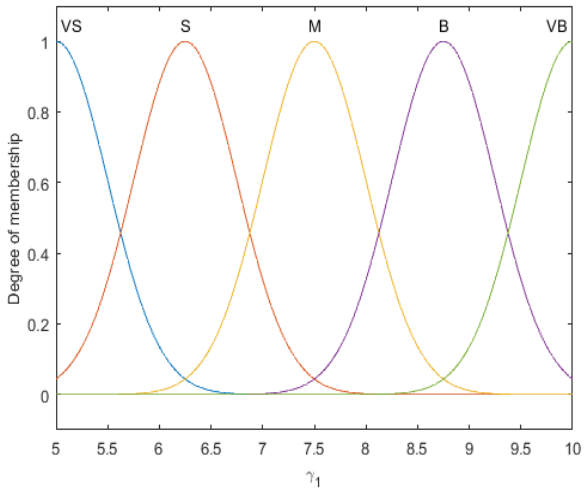
شکل (۱): توابع عضویت ورودی قدرمطلق خطا



شکل (۲): توابع عضویت خروجی مربوط به پارامتر k_1

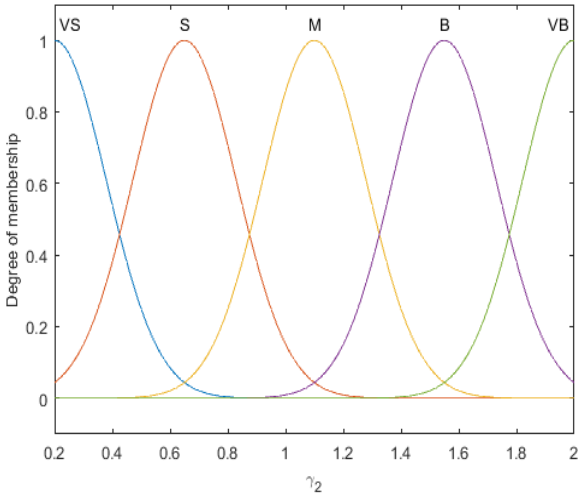


شکل (۳): توابع عضویت خروجی مربوط به پارامتر k_2

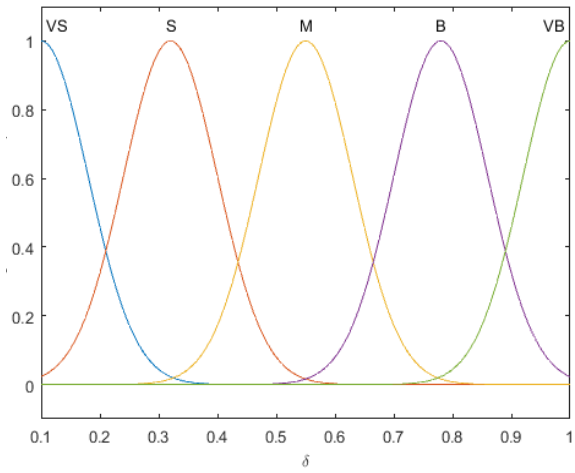


[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]
Journal of Novel Researches on Smart Power Systems - Vol. 12 - No. 4- Winter 2024

شکل (۴): توابع عضویت خروجی مربوط به پارامتر γ_1



شکل (۵): توابع عضویت خروجی مربوط به پارامتر γ_2

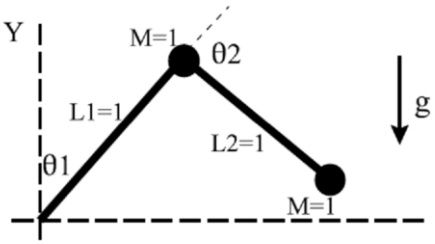


شکل (۶): توابع عضویت خروجی مربوط به پارامتر δ

هدف از این بخش ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری پیشنهادی است. بدین منظور کنترل‌کننده پیشنهادی را بر روی یک بازوی رباتیکی دو لینکی پیاده‌سازی نموده و نتایج حاصل از شبیه‌سازی این کنترل‌کننده را با سه کنترل‌کننده، مد لغزشی نهایی مرتبه کسری، مد لغزشی نهایی سریع مرتبه کسری و مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری مقایسه می‌گردد.

۴- مدل دینامیکی بازوی مکانیکی دو لینکی

برای ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده تطبیقی پیشنهادی در این مطالعه یک بازو رباتیکی دو لینکی همانند شکل ۷ بکارگرفته می‌شود.



شکل (۷): یک بازوی رباتیکی با دو درجه آزادی

معادله دینامیک بازوی رباتیکی مذکور بصورت زیر ارایه شده است [۲۲].

$$M(q)\ddot{q}+C(q,\dot{q})+G(q)=\tau(t)+\tau_d \qquad (۳۶)$$

که $\ddot{q},\dot{q},q\in R^2$ به ترتیب بردار موقعیت، سرعت و شتاب زاویه مفصل هستند. $M(q)$ یک ماتریس مثبت معین متقارن ۲ × ۲ برای بیان لختی است، $C(q,\dot{q})$ بردار ۱ × ۲ حاوی کریوولیس و نیروهای گریز از مرکز، $G(q)$ بردار ۱ × ۲ گشتاور گرانشی، τ بردار ۱ × ۲ گشتاور اعمالی به مفاصل که در حقیقت ورودی‌های کنترلی است و τ_d نشان‌دهنده بردار ۱ × ۲ کرانه‌دار اغتشاش ورودی است. ماتریس‌های مذکور را می‌توان بصورت رابطه زیر بیان نمود [۲۲]:

$$q=\begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\end{bmatrix}$$

$$M(q)=\begin{bmatrix}a_{11}(q) & a_{12}(q)\\ a_{21}(q) & a_{21}(q)\end{bmatrix}$$

$$c(q,\dot{q})=\begin{bmatrix}-m_2L_1L_2\sin\theta_2\left(2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_2^2\right)\\ -m_2L_1L_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\sin\theta_2\end{bmatrix},$$

$$G(q)=\begin{bmatrix}-(m_1+m_2)gL_1\sin\theta_1-m_2gL_2\sin(\theta_1+\theta_2)\\ -m_2gL_2\sin(\theta_1+\theta_2)\end{bmatrix}$$

$$\tau_d=\begin{bmatrix}\tau_{d1}\\ \tau_{d2}\end{bmatrix},\tau=\begin{bmatrix}\tau_1\\ \tau_2\end{bmatrix},$$

$$a_{11}(q)=(m_1+m_2)L_1^2+m_2L_2^2+2m_2r_1r_2\cos(\theta_2),$$

$$a_{12}(q)=a_{21}(q)=m_2L_rL_2\cos(\theta_2),$$

$$a_{22}(q)=m_2L_2^2 \qquad (۳۷)$$

که m_2,m_1 به ترتیب جرم لینک اول و دوم بازو، L_2,L_1 طول لینک‌ها در مدل سیستم بازو است. همچنین مختصات انتهایی بازو را می‌توان توسط رابطه زیر بدست آورد:

$$x=L_1\sin\theta_1+L_2\sin(\theta_1+\theta_2)$$
$$y=L_1\cos\theta_1+L_2\cos(\theta_1+\theta_2) \qquad (۳۸)$$

۴-۱ عدم قطعیت انباشته شده

این نوع عدم قطعیت ناشی از یک یا چند منبع از عدم قطعیت‌های پارامتری و یا دینامیک مدل نشده است که بصورت یک اغتشاش انباشته شده منفرد در ساختار سیستم نمایان می‌شود. در این پژوهش، از

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

ساختار عدم قطعیت جمع شونده استفاده شده است. سیستم‌های غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\ddot{x} = F(x,t) + G(x,t)u(t) + d(x,t) \qquad (۳۹)$$

که $x = [x_1, x_2, ..., x_n]^T$، $u(t)$ سیگنال تلاشی کنترل و $d(x,t)$ اغتشاش خارجی است.

$F(x,t) = F_n(x,t) + \Delta F(x,t)$، $\Delta F(x,t)$ یک ترم نامعین است که نشان‌دهنده دینامیک مدل نشده یا تغییر ساختاری سیستم، $G(x,t) = G_n(x,t) + \Delta G(x,t)$ و $\Delta G(x,t)$ عدم قطعیت ورودی است. در این مطالعه فرض خواهد شد عدم قطعیت انباشته شده[۷] $L(x,t)$ بصورت زیر تعریف شده است:

$$L(x,t) = \Delta F(x,t) + \Delta G(x,t)u(t) + d(x,t) \qquad (۴۰)$$

که $L(x,t)$ شرط $\left\| D^{1+\alpha}\left(L(x,t)\right)\right\| \le \delta$ برآورده می‌سازد و δ یک ثابت مثبت داده شده است. لازم بذکر است که این فرض محدودکننده نیست، زیرا بسیاری از سیستم‌های دینامیکی این فرض را می‌توانند برآورده سازند [۵] مانند پاندول معکوس، ژیروسکوپی آشوبناک[۸] [۲۳]، بلبرینگ مغناطیسی [۲۴] و حرکت رول کشتی [۲۵]. البته کنترل‌کننده مد لغزشی طراحی شده در این پژوهش بدون لحاظ نمودن فرض مذکور خواهد بود.

۴-۲ مدل دینامیکی بازوی مکانیکی دو لینکی بهمراه عدم قطعیت

در این بخش ماتریس لختی $M(q)$ بیان شده در رابطه (۳۹) بهمراه عدم قطعیت از نوع انباشته لحاظ خواهد شد. بنابراین ماتریس مذکور را می‌توان بصورت رابطه زیر بیان نمود [۲۲]:

$$M(q) = \begin{bmatrix} a_{11}(q) & a_{12}(q) \\ a_{21}(q) & a_{21}(q) \end{bmatrix}$$
$$a_{11}(q) = (m_1 + m_2)L_1^2 + m_2 L_2^2 + 2m_2 r_1 r_2 \cos(\theta_2) + J_1,$$
$$a_{12}(q) = a_{21}(q) = m_2 L_r L_2 \cos(\theta_2),$$
$$a_{22}(q) = m_2 L_2^2 + J_2 \qquad (۴۱)$$

که J_2, J_1 عدم قطعیت موجود در مدل سیستم بازو است.

۴-۳ مقداردهی به پارامتر مدل بازوی رباتیکی و پارامترهای کنترلی

مقادیر عددی پارامترهای مدل دینامیکی بازوی رباتیکی دو لینکی عبارتند از [۲۶]:

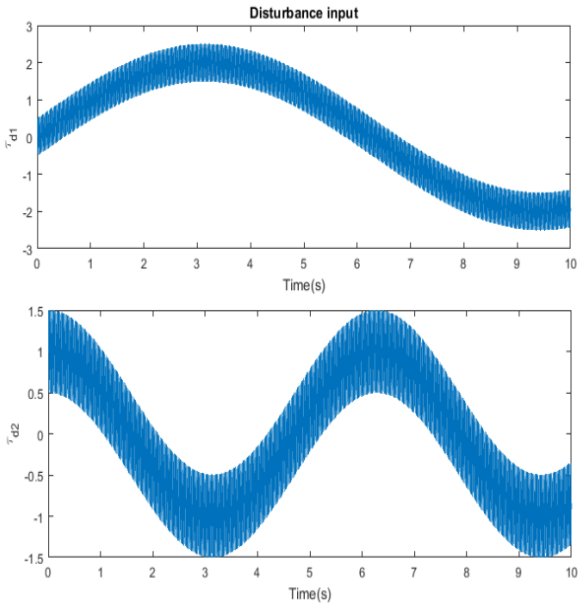
$$m_1 = 0.5kg,\ \ m_2 = 1.5kg, L_1 = 1m,\ L_2 = 0.8m,$$
$$J_1 = 5kg.m,\ \ J_2 = 5kg.m$$

سیگنال اغتشاش خارجی نیز بفرم زیر می‌باشد که در شکل ۸ نیز نشان داده شده است.

$$\tau_{d1} = 2\sin(0.5t) + 0.5\sin(100\pi t)$$
$$\tau_{d3} = \cos(t) + 0.5\sin(100\pi t)$$

پارامترهای طراحی کنترل‌کننده مد لغز شی نهایی مرتبه کسری (FO-TSMC) بصورت زیر تعیین شده‌اند:

$$p = 48,\ q = 50,\ \alpha = 0.9,\ K = [5,5]^T,$$
$$k = [5,5]^T, \lambda = [10,10]^T,\ \rho = p/q,\ \delta = 0$$



شکل (۸): سیگنال اغتشاش خارجی اعمال شده به دو لینک بازوی رباتیکی

پارامترهای طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی سریع مرتبه کسری (FO-FTSMC) بصورت زیر می‌باشند:

$$\alpha = 0.9,\ k_1 = 10,\ k_2 = 2,\ \ a_1 = 1.1,\ a_2 = 0.9$$
$$\gamma_1 = [5,5]^T, \gamma_2 = [1,1]^T,\ \rho = 0.1,\ \delta = 0.1$$

پارامترهای طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی سریع ناتکین مرتبه کسری (FO-NFTSMC) بصورت زیر مقداردهی شده است:

$$\alpha = 0.9,\ k_1 = [10,10]^T,\ k_2 = [2,2]^T,\ \ a_1 = 1.9,$$
$$a_2 = 1.8,\ \gamma_1 = [5,5]^T, \gamma_2 = [1,1]^T,\ \rho = 0.1,\ \delta = 0.1$$

معادله سیگنال مرجع برای زوایای مفاصل ربات بصورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$q_d = [2\sin(0.5t), 1.5\cos(t)]^T$$

موقعیت زاویه‌ای اولیه مفاصل ربات بدین صورت لحاظ شده است:

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]
Journal of Novel Researches on Smart Power Systems - Vol. 12 - No. 4- Winter 2024

$$\theta_1(0)=3,\ \theta_2(0)=2.5$$

۵- نتایج شبیه سازی

در شکل ۹ مسیر پیموده شده توسط نقطه انتهایی بازوی رباتیکی جهت ردیابی مسیر مطلوب با اعمال سه کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی مرتبه کسری، مد لغزشی نهایی سریع مرتبه کسری و مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری در حضور اغتشاش خارجی و عدم قطعیت مدل نشان داده شده است. از این شکل به وضوح می‌توان دریافت که مسیر پیموده شده ناشی از کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری نسبت به مسیرهای پیموده شده توسط دو کنترل‌کننده دیگر بهینه‌تر است. زیرا در این مسیر از مکان اولیه تا قرارگیری بر روی مسیر مطلوب کمترین مسافت پیموده شده است.

شکل ۱۰ زوایایی پیموده شده توسط دو مفصل بازوی رباتیکی جهت ردیابی زوایای مطلوب با اعمال سه کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی مرتبه کسری، مد لغزشی نهایی سریع مرتبه کسری و مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری در حضور اغتشاش خارجی و عدم قطعیت مدل را نشان می‌دهد. همانگونه که در این شکل مشاهده می‌گردد، پاسخ حالت گذرای ناشی از کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی مرتبه کسری فروجهش بیشتری نسبت به دو کنترل‌کننده دیگر دارد. همچنین پاسخ حالت دایم ناشی از کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی سریع مرتبه کسری در موقعیت زاویه‌ای مفصل دوم دارای خطا می‌باشد. از اینرو می‌توان گفت که کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری نسبت به دو کنترل‌کننده پاسخ بهتری داشته است. زیرا هم دارای پاسخ حالت گذرای بدون فروجهش است و هم خطای حالت ماندگار آن صفر است.

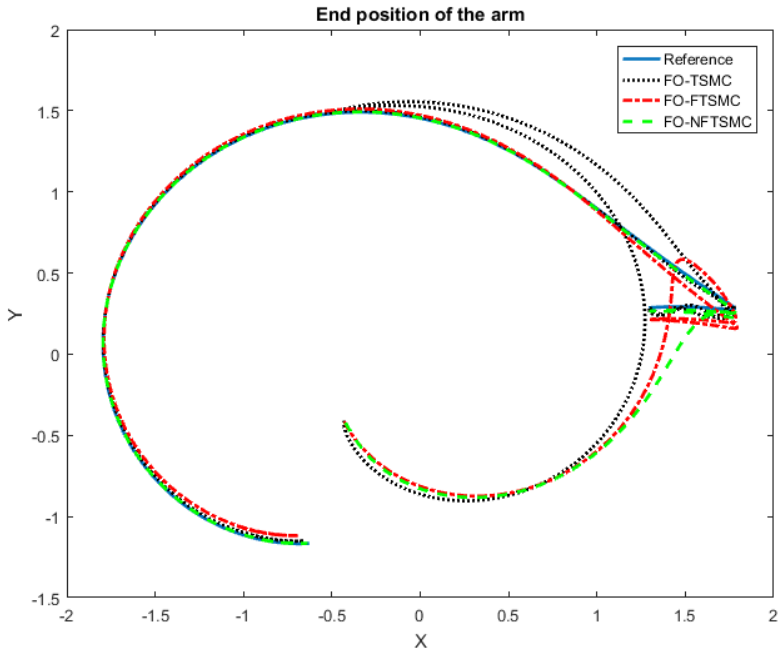
شکل ۱۱سطوح لغزشی ایجاد شده توسط سه کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی مرتبه کسری، مد لغزشی نهایی سریع مرتبه کسری و مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری را نشان می‌دهد. همانگونه که در این شکل مشاهده می‌گردد، با تنظیم مناسب پارامترهای کنترلی هر سه سیگنال لغزشی تولید شده توسط کنترل‌کننده‌های مذکور بدون چترینگ هستند و تقریباً همگی توانسته‌اند بعد از مدت زمان یک ثانیه به صفر همگرا شوند. در شکل ۱۲ سیگنال تلاش کنترلی ایجاد شده توسط سه کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی مرتبه کسری، مد لغزشی نهایی سریع مرتبه کسری و مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری جهت ردیابی ورودی مرجع در حضور اغتشاش خارجی نمایش داده شده است. واضح است که دامنه سیگنال تلاش کنترلی ناشی از کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی مرتبه کسری در حالت گذرا بسیار بزرگ است، علت امر آن است که قانون کنترلی مربوط به این کنترل‌کننده جهت تضمین ردیابی مسیر مطلوب نیازمند تلاش کنترلی زیادی است.

همانگونه که در ادامه مشاهده خواهد شد، نتایج شبیه‌سازی در این بخش موید عملکرد و کارآیی بهتر کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری جهت ردیابی ورودی مرجع در حضور اغتشاش خارجی بود. از اینرو در ادامه شبیه‌سازی به منظور سهولت در ارزیابی و جلوگیری از آشفتگی تحلیل نتایج، عملکرد کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری پیشنهادی تنها با کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری مقایسه می‌گردد.

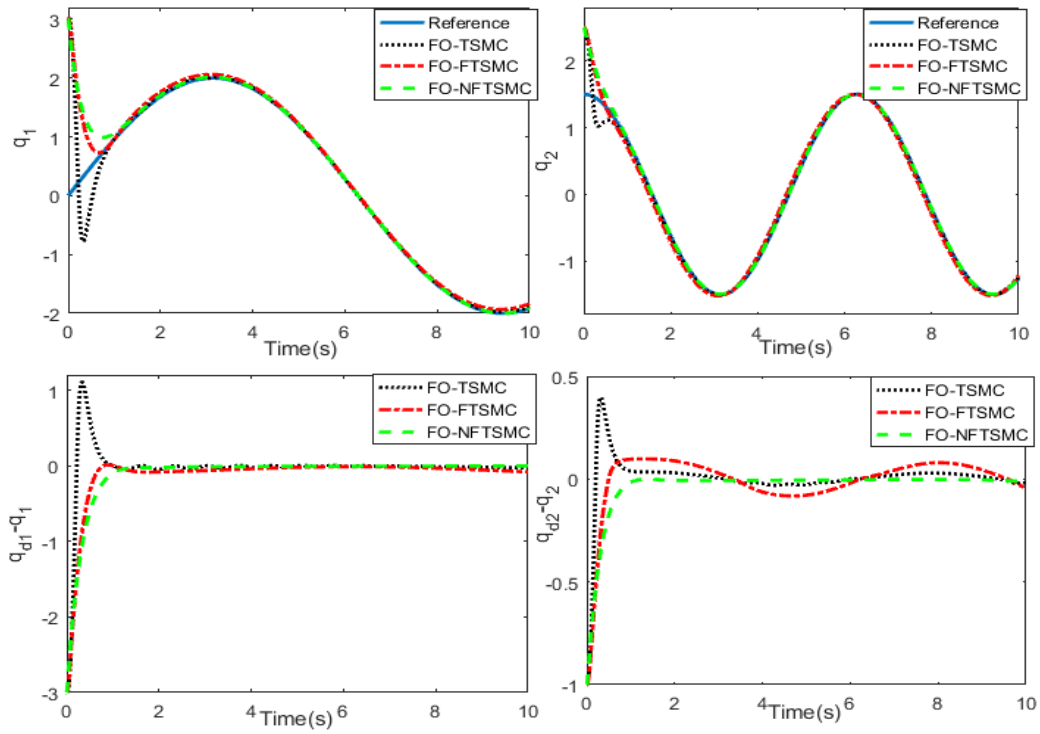
۵-۱ مقایسه عملکرد کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی سریع ناتکین تطبیقی فازی مرتبه کسری با کنترل‌کننده FO-NFTSMC

در شکل ۱۳ مسیر پیموده شده توسط نقطه انتهایی بازوی رباتیکی جهت ردیابی مسیر مطلوب با اعمال دو کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری و کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری پیشنهادی در حضور اغتشاش خارجی و عدم قطعیت مدل نشان داده شده است. همانگونه که در شکل دیده می‌شود که مسیر پیموده شده ناشی از کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری پیشنهادی نسبت به مسیرهای پیموده شده توسط کنترل‌کننده دیگر بهینه‌تر و کوتاه‌تر است. دلیل امر را می‌توان متغیر با خطا بودن و تنظیم درست پارامترهای کنترل‌کننده پیشنهادی عنوان نمود. شکل ۱۴ زوایایی پیموده شده توسط دو مفصل بازوی رباتیکی جهت ردیابی زوایای مطلوب با اعمال کنترل‌کننده‌های مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری و مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری پیشنهادی در حضور اغتشاش خارجی و عدم قطعیت مدل را نشان می‌دهد. در اینجا نیز می‌توان دید خطای حالت گذرا ناشی از کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری سریع‌تر به صفر همگرا می‌شود. از اینرو می‌توان گفت که کنترل‌کننده پیشنهادی نسبت به کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی سریع مرتبه کسری سریع‌تر است. سطوح لغزشی ایجاد شده توسط دو کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری و کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری در شکل ۱۵ نشان داده است. مشاهده می‌گردد، اگرچه هر دو سیگنال لغزشی تولید شده توسط کنترل‌کننده‌های مذکور بدون چترینگ به صفر همگرا شده‌اند ولی سرعت همگرا کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری اندکی بیشتر است.

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

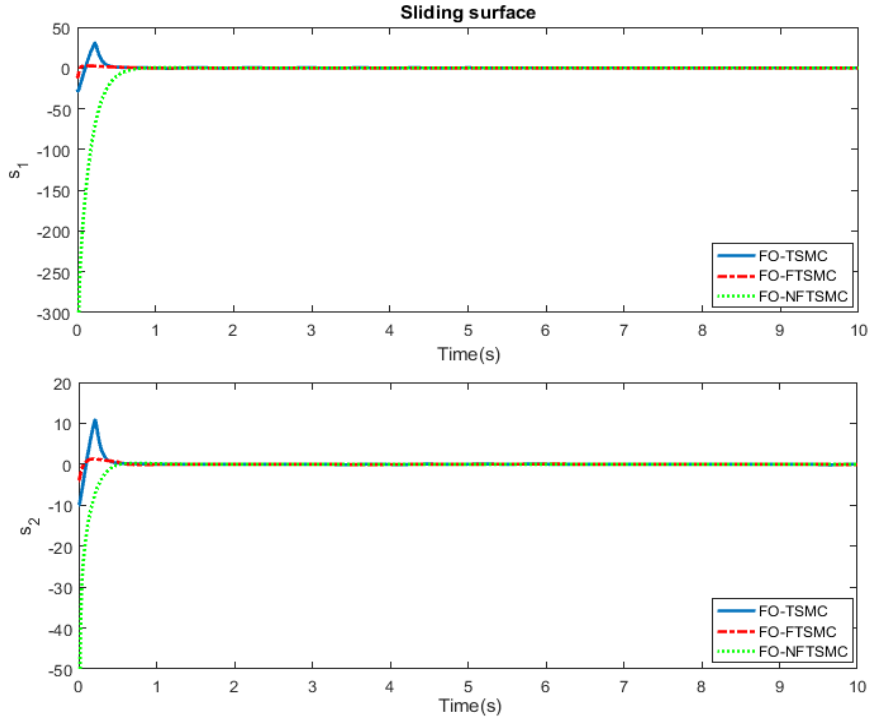


شکل (۹): مسیر مطلوب و مسیر پیموده شده نقطه انتهایی بازوی رباتیکی با اعمال کنترل‌کننده‌های مذکور در صفحه x-y

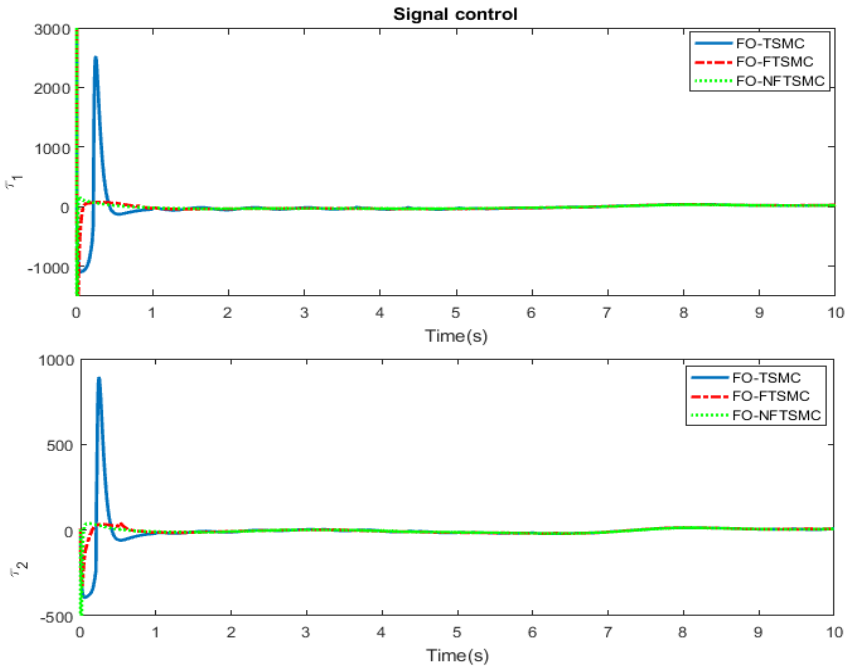


شکل (۱۰): ردیابی زوایایی مرجع توسط هر دو لینک بازوی رباتیکی و خطای ناشی از ردیابی زوایا

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]
Journal of Novel Researches on Smart Power Systems - Vol. 12 - No. 4- Winter 2024

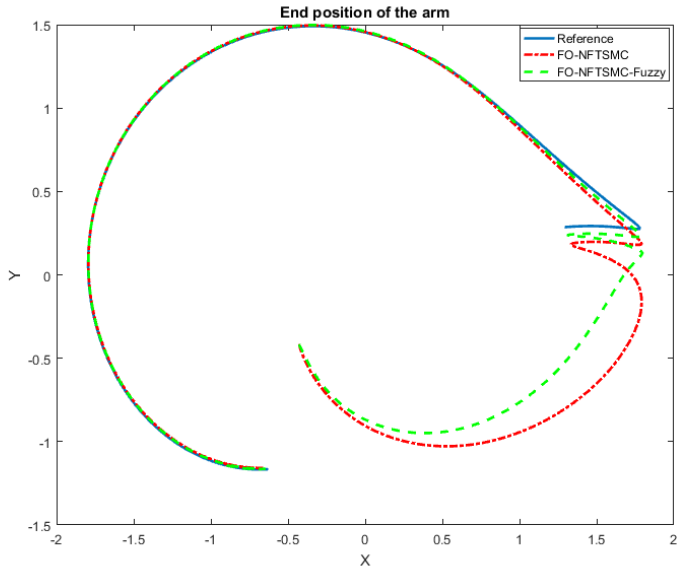


شکل (۱۱): سیگنال‌های لغزش ایجاد شده توسط دو لینک بازوی رباتیکی

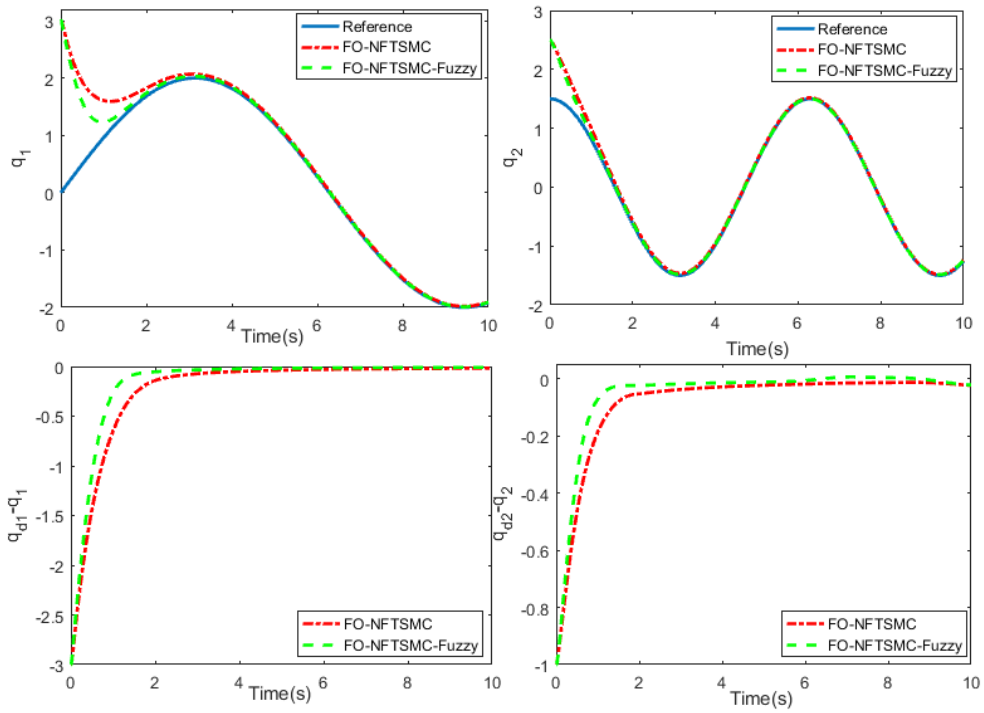


شکل (۱۲): سیگنال کنترلی تولید شده توسط سه کنترل‌کننده مذکور جهت اعمال به لینک‌های بازوی رباتیکی

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]
Journal of Novel Researches on Smart Power Systems - Vol. 12 - No. 4- Winter 2024

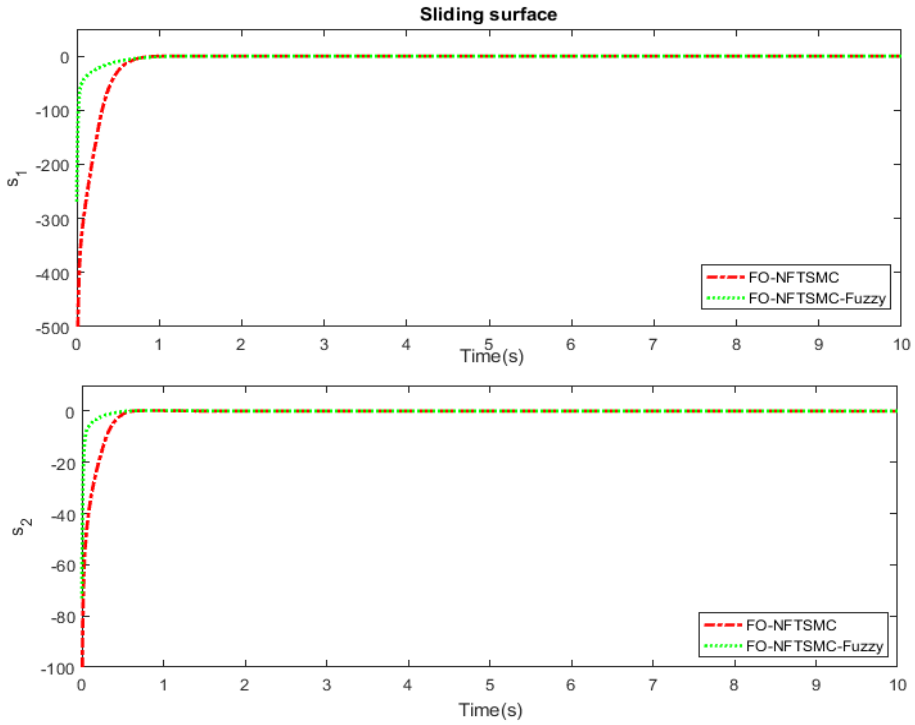


شکل (۱۳): مسیر مطلوب و مسیر پیموده شده نقطه انتهایی بازوی رباتیکی با اعمال کنترل‌کننده‌های مذکور در صفحه x-y

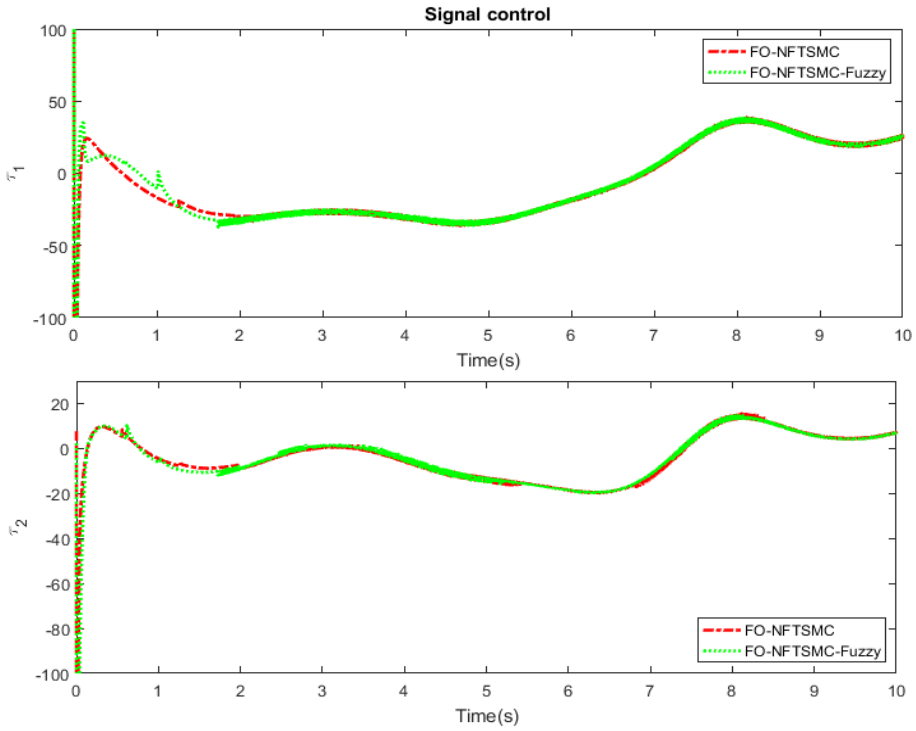


شکل (۱۴): ردیابی زوایایی مرجع توسط هر دو لینک بازوی رباتیکی و خطای ناشی از ردیابی زوایا

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]



شکل (۱۵): سیگنال‌های ناشی از سطوح لغزش ایجاد شده توسط دو لینک بازوی رباتیکی



شکل (۱۶): سیگنال کنترلی تولید شده توسط دو کنترل‌کننده مذکور جهت اعمال به لینک‌های بازوی رباتیکی

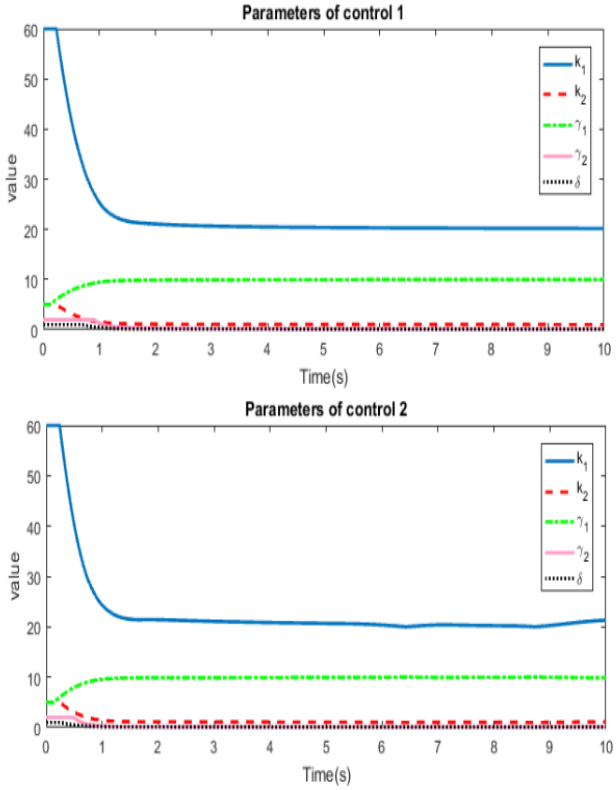
[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

در شکل ۱۶ سیگنال تلاش کنترلی ایجاد شده توسط کنترل‌کننده‌های مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری و مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری پیشنهادی جهت ردیابی ورودی مرجع در حضور اغتشاش خارجی نمایش داده شده است. واضح است که دامنه سیگنال تلاش کنترلی ناشی از هر دو کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی مرتبه کسری تقریبا یکسان است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بدون صرف هزینه بیشتر به منظور تولید سیگنال تلاش کنترلی، کنترل‌کننده پیشنهادی توانسته است عملکرد و کارآیی بهتری از خود نشان دهد، که این امر را مدیون تنظیم تطبیقی پارامترهای کنترلی توسط سیستم فازی است. شکل ۱۷ نحوی تغییر پارامترهای کنترلی، کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری را نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود که پس از گذشت تقریباً دو ثانیه پارامترهای کنترلی به مقدار ثابتی همگرا شده‌اند، علت این موضوع همگرایی مقدار خطا بعد از گذشت دو ثانیه به مقدار صفر است. بعبارت دیگر هنگامی که مقدار خطا صفر گردد، تغییر مقدار پارامترهای کنترلی نیز صفر خواهد شد.

از نتایج شبیه‌سازی ارایه شده در این بخش می‌توان دریافت که عملکرد و کارآیی کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری پیشنهادی به علت برخورداری از سیستم فازی جهت تنظیم پارامترهای کنترلی بهتر از عملکرد کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری بوده است. همچنین در بخش قبلی مشاهده گردید که عملکرد کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری از دو کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی سریع مرتبه کسری و کنترل‌کننده مد لغزشی نهایی مرتبه کسری مناسب‌تر است. از اینرو می‌توان نتیجه گرفت که کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری پیشنهادی نسبت به هر سه کنترل‌کننده مذکور عملکرد بهتر ارایه نموده است.

۶-نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری برای یک کلاس از سیستم‌های نامعین چند ورودی-چند خروجی بهمراه عدم قطعیت طراحی گردید. همچنین تاثیر استفاده از سطح لغزش مرتبه کسری در طراحی قانون کنترل در مورد سیستم‌های نامعین غیر خطی با استفاده از روش کنترلی پیشنهادی بررسی شد و آنالیز پایداری کنترل‌کننده مذکور توسط رویکرد لیاپانوفی صورت گرفت. سپس عملکرد کنترل‌کننده مد لغزشی ناتکین نهایی سریع تطبیقی فازی مرتبه کسری پیشنهادی با پیاده‌سازی آن بر روی یک بازوی رباتیکی دو لینکی مورد ارزیابی قرار گرفت و نتایج حاصل از شبیه‌سازی آن با سه کنترل‌کننده، مد لغزشی نهایی مرتبه کسری، مد لغزشی نهایی سریع مرتبه کسری و مد لغزشی ناتکین نهایی سریع مرتبه کسری مقایسه گردید. در نهایت آنالیز نتایج شبیه‌سازی در این تحقیق نشان داد، که سرعت همگرایی ردیابی خطا به صفر و تضمین پایداری در حضور اختلال و نیز کاهش نوسانات در سیگنال خروجی در روش کنترل مد لغزشی نهایی سریع مرتبه کسری براساس تنظیم پارامترها توسط سیستم فازی بیشتر است.



شکل (۱۷): تغییرات پارامترهای طراحی کنترل ناشی از سیستم تنظیم فازی

مراجع

[۱]خاندانی خسرو، جوهری مجد وحید، طهماسبی مهدیه، " طراحی یک کنترلگر مد لغزشی برای سامانه‌های تصادفی کسری دارای تاخیر حالت" مجله کنترل، جلد ۱۰، شماره ۲، ص ۱۳-۲۲، ۱۳۹۵.

[۲] فاضلی اصل، سید باقر. موسی‌پور، سید سجاد. " کنترل مد لغزشی ترمینال سریع بازگشت به عقب مرتبه کسری برای ژیروسکوپ سه محوره میکروالکترومکانیکی"، مجله مهندسی مکانیک مدرس، دوره ۱۷، شماره ۵، ص ۳۸۵-۳۹۳، ۱۳۹۶.

[۳] فرهادی مهدی، کمالی مرضیه، عسکری جواد، " طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه کسری برای سیستم کوادروتور"، مجله مهندسی مکانیک مدرس، دوره ۱۷، شماره ۵، ص ۲۸۷-۲۹۴، ۱۳۹۶.

[4] G. Bartolini, A. Ferrara, A. Levant, E. Usai, *"On second order sliding mode controllers"*, Variable structure systems, sliding mode and nonlinear control, pp. 329-350, london: Springer, 1999.

[5] S. Dadras and H. R. Momeni, "*Fractional terminal sliding mode control design for a class of dynamical systems with uncertainty*," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol.17, no.1, pp.367–377, 2012.

[6] B. Zhang, Y. Pi, Y. Luo, "*Fractional order sliding-mode control based on parameters auto-tuning for velocity control of permanent magnet synchronous motor*", ISA transactions, Vol. 51, No. 5, pp. 649-656, 2012.

[7] M. Ö. Efe, "Fractional fuzzy adaptive sliding-mode control of a 2-DOF direct-drive robot arm", IEEE Transactions on

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]
Journal of Novel Researches on Smart Power Systems - Vol. 12 - No. 4- Winter 2024

Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), Vol. 38, No. 6, pp. 1561-1570, 2008.
[8] H. F. Ghavidel, A. A. Kalat, *"Observer-based robust composite adaptive fuzzy control by uncertainty estimation for a class of nonlinear systems"*, Neurocomputing, Vol. 230, No. 22, pp. 135–143, 2017.
[9] Ji, Y., Qiu, J., *"Robust stability for uncertain stochastic systems with time-varying delay via sliding mode control*", applied mathematics and computation, vol. 238, pp. 70-81, 2014.
[10] W. Yan, J. Fei, Y. Yang, S. Hou, "*Adaptive global fast terminal sliding mode control of MEMS gyroscope"*, Proceeding of The 32nd Chinese Control Conference, Xi'an, China, July 26-28, pp. 3135-3140, 2013.
[11] Gao, Q., Feng, G., Liu, L., Qiu, J., Wang, Y., "*An ISMC approach to robust stabilization of uncertain stochastic time-delay systems*, IEEE transactions on industrial electronics", vol. 61, pp. 6986-6994, 2014.
[12] D. Nojavanzadeh, M. Badamchizadeh, "*Adaptive fractional-order non-singular fast terminal sliding mode control for robot manipulators*", IET Control Theory & Applications, Vol. 10, No. 13, pp. 1565-1572, 2016.
[13] H. Delavari, R. Ghaderi, A. Ranjbar, S. Momani, "*Fuzzy fractional order sliding mode controller for nonlinear systems*", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 15, No. 4, pp. 963-978, 2010.
[14] Y.Deng, " Fractional-order fuzzy adaptive controller design for uncertain robotic manipulators" International Journal of Advanced Robotic Systems, vo;. 16. 2019.
[15] A. Razzaghian, R.K. Moghaddam, N. Pariz, "*Adaptive fuzzy fractional-order fast terminal sliding mode control for a class of uncertain nonlinear systems"* **,** International Journal of Industrial Electronics, Control and Optimization (IECO), vol. 5, pp. 77-87, 2022.
[16] R. S. Barbosa and J. T. Machado, "*Fractional control of dynamic systems.*" in Dynamics, Games and Science II, ed: Springer, pp. 155-159, 2011.
[17] G. Zhao, "*Fractional-order fast terminal sliding mode control for a class of dynamical systems*," Mathematical Problems in Engineering, 2013.
[18] I. Podlubny, *"Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations*", to methods of their solution and some of their applications vol. 198: Academic press, 1998.
[19] A. A. Kilbas, H. M. Srivastava, and J. J. Trujillo, "*Theory and Applications of Fractional Diferential Equations*", Elsevier B. V., Amsterdam, The Netherlands, 2006.
[20] D. Baleanu, "*New treatise in fractional dynamics*," in Complex Systems, L. C. J. Albertand J. Q. Sun, Eds., pp. 1–41, Higher Education Press, Beijing, China, 2011.
[21] L. Yang and J. Yang, "Nonsingular fast terminal sliding-mode control for nonlinear dynamical systems," International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 21, no. 16, pp. 1865–1879, 2011.
[22] Yan, J.J. and Liao, T.L., Discrete sliding mode control for hybrid synchronization of continuous Lorenz systems with matched/unmatched disturbances. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2017.
[23] H.-K. Chen, "*Chaos and chaos synchronization of a symmetric gyro with linear-plus-cubic damping,"* Journal of Sound and Vibration, vol. 255, no. 4, pp. 719–740, 2003.
[24] G. Schweitzer, "*Active magnetic bearings-chances and limitations,"* in Proceedings of the 6th IFToMM International Conference of Rotor Dynamics, vol. 1, pp. 1–4, 2002.
[25] A. A. Zaher, "*Nonlinear control of systems with multiple equilibria and unknown sinusoidal disturbance,"* Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 12, no. 8, pp.1518–1533, 2007.
[26] Y. Feng, X. Yu, and Z. Man, *"Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators,"* Automatica, vol. 38, no. 12, pp. 2159–2167, 2002.

رزومه



فریده اله وردی تحصیلات دانشگاهی خود را در رشته مهندسی برق تا مقطع دکتری پیش برده اند. (کارشناسی مهندسی برق- الکترونیک، کارشناسی‌ارشد مهندسی برق- کنترل و دکتری مهندسی برق- کنترل). در حال حاضر استادیار گروه برق دانشگاه آزاد اسلامی واحد اندیمشک می‌باشد.



علی باجی در اهواز متولد شده است . مدرک فوق دیپلم خود را در رشته الکتروتکنیک_برق صنعتی از دانشگاه ازاد اسلامی دریافت کرد سپس تحصیلات خود را در مقطع کارشناسی دررشته مهندسی فناوری_کنترل ابزار دقیق در دانشگاه جامع علمی کاربردی استان خوزستان ادامه داد و در ادامه موفق به اخذ مدرک کارشناسی ارشد در رشته مهندسی برق_کنترل از دانشگاه ازاد اسلامی واحد دزفول شد.

زیرنویس‌ها

[1] Chattering
[2] Fractional Order Fast Terminal Sliding-Mode Control
[3] Riemann-Liouville
[4] Property Semigroup
[5] Composition Rules
[6] Fractional-Order Nonsingular Fast Terminal Sliding-Mode Control
[7] Lumped Uncertainty
[8] Chaotic Gyro

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]

Designing a fractional order adaptive fuzzy sliding mode controller for multivariate system with uncertainty

Farideh Allahverdi[1], Ali Baji[2]

1-Assistant Professor - Department of Electrical Engineering, Andimeshk Branch, Islamic Azad University, Andimeshk, Iran, fa.allahverdi@iau.ac.ir
2- Department of Electrical Engineering, Dezful Branch, Islamic Azad University, Dezful, Iran

Abstract: In this article, a fractional order fuzzy adaptive sliding mode controller is designed for multi-input multi-output uncertain systems. Due to the possibility of achieving greater accuracy and freedom in fractional order calculations than the correct order, the slip surface in the design of the control law will be based on fractional order calculations. Also, the fuzzy system is used to adjust the controller parameters. Finally, the stability analysis of the controller is done with the fractional order Lyapunov method. The performance of the proposed controller is evaluated on a two-link robotic arm, and finally, this controller is compared with three fractional-order final sliding model controllers, fractional-order fast final sliding model, and fractional-order final fast nonsingular sliding mode controllers. The simulation results by Matlab software show that the speed of error convergence to zero, guaranteeing stability and reducing output signal fluctuations in the fractional-order nonsingular fast sliding mode control method based on parameter setting by the fuzzy system is higher than the other three types of controllers.

Keywords: Fast final nonsingular sliding mode controller, fractional order calculations, uncertainty of model parameters.

[Downloaded from jeps.dezful.iau.ir on 2026-11-13]