Downloaded from jeps.dezful.iau.ir at 19:25 +0330 on Thursday November 12th 2026

Journal of Electrical Power Systems- Vol. 1-No. 2- Autumn 2012

مکان‌یابی و تعیین تعداد بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازوری (PMU) جهت مشاهده‌پذیری سیستم‌های قدرت

بهروز معرف*[۱]، حسن براتی[۲]، امیرحسین رحمانی[۳]

*۱- کارشناس‌ارشد برق، دانشکده تحصیلات تکمیلی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، behrouz.moarref@yahoo.com
۲- استادیار، گروه برق، دانشکده تحصیلات تکمیلی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، barati216@gmail.com
۳- مربی، گروه برق، دانشکده تحصیلات تکمیلی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، a_h_rahmani@yahoo.com

چکیده: امروزه در شبکه‌های قدرت به‌دلایل مختلف از جمله خطی‌سازی معادلات تخمین حالت و بهبود سرعت سیستم‌های کنترلی و حفاظتی از واحدهای اندازه‌گیری فازوری (PMU) استفاده می‌شود. بهینه‌سازی تعداد و مکان این تجهیزات با توجه به قیمت بالای آن‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. عوامل تأثیرگذار در مکان و تعداد بهینه PMUها توپولوژی شبکه، شین‌های تزریق صفر و اندازه‌گیرهای معمول مورد استفاده در شبکه‌های قدرت می‌باشند. در این مقاله تابع هدفی براساس برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح (ILP) جهت تعیین تعداد و مکان بهینه‌ی PMUها به‌منظور مشاهده‌پذیری کامل سیستم قدرت ارائه خواهد شد. همچنین تأثیر شین‌های تزریق صفر و اندازه‌گیرهای معمول در سیستم‌های قدرت بر روی تابع هدف مورد بررسی قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار MATLAB بر روی شبکه‌های استاندارد ۹، ۱۴، ۳۰، ۳۹، ۵۷ و ۱۱۸ شینه IEEE انجام شده و در مطالعه شبکه ۱۴ شینه IEEE نحوه‌ی تشکیل پارامترهای تابع هدف مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که اعمال قیود مربوط به شین‌های تزریق صفر و همچنین قیود مربوط به سیستم SCADA در مسئله مکان‌یابی بهینه PMUها موجب کاهش تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری کامل سیستم قدرت می‌شود که باعث صرفه‌جویی در هزینه خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: واحدهای اندازه‌گیری فازوری، مکان‌یابی بهینه، مشاهده‌پذیری سیستم قدرت

۱- مقدمه

عواملی همچون توسعه روزافزون تقاضای مصرف و گسترش پدیده تجدید ساختار موجب افزایش فشار روی خطوط انتقال شده و بنابراین سیستم‌های قدرت اغلب نزدیک به مرز ناپایداری خود کار می‌کنند. در چنین شرایطی استفاده از سیستم SCADA[۱] فعلی و زیر توابع آن به منظور اطمینان از عملکرد پایدار و مطمئن سیستم کافی به نظر نمی‌رسد. اندازه‌گیری‌های انجام شده در سیستم SCADA معمولاً همزمان نبوده و مقداری اختلاف زمانی بین آن‌ها وجود داشته که از آن صرف نظر می‌گردد. از طرف دیگر نرخ نمونه‌برداری در سیستم‌های اندازه‌گیری فوق چندان بالا نمی باشد(به علت محدودیت‌های فنی دستگاه‌ها یا عدم ظرفیت مخابراتی کافی). از این رو اطلاعات نمایش داده شده توسط سیستم SCADA در اصطلاح حالت پایدار یا در خوش بینانه‌ترین دیدگاه، حالت شبه پایدار سیستم قدرت را نمایش داده و در نتیجه بهره‌بردار سیستم در مرکز کنترل، دید کافی از شرایط دینامیکی موجود در سیستم نخواهد داشت.

در کنار سیستم SCADA، سیستم دیگری به نام نمایش، حفاظت و کنترل گسترده سیستم[۲](WAMPC) مطرح شده است که هدف آن جبران کاستی‌های موجود در سیستم SCADA می‌باشد.

Downloaded from jeps.dezful.iau.ir at 19:25 +0330 on Thursday November 12th 2026

جزء اصلی سیستم WAMPC واحدهای اندازه‌گیری فازوری[۳] (PMU) می‌باشند که با پیشرفت تکنولوژی پردازش سیگنال برای اولین بار در اواسط دهه ۱۹۸۰ میلادی معرفی شدند. PMU قادر به اندازه‌گیری فازورهای ولتاژ و جریان با دقت بسیار بالا(کمتر از ۰.۱درصد)و سرعت بسیار بالا(تا ۶۰ نمونه در ثانیه)می‌باشد و از سیستم موقعیت یاب جهانی[۴] (GPS) برای سنکرون‌سازی داده‌های اندازه‌گیری شده استفاده می‌کند.

چون PMUها فازورهای ولتاژ و جریان تمام شاخه‌ها را هم‌زمان اندازه‌گیری می‌کنند لذا لازم نیست که در همه شین‌ها نصب شوند. بنابراین یکی از مسائل مهم پیدا کردن تعداد و مکان بهینه PMUها با توجه به هدف و کاربرد آن‌ها می‌باشد. اولین و اساسی‌ترین شرطی که PMUهای نصب شده باید داشته باشند این است که متغیرهای حالت شبکه مشاهده‌پذیر گردند. علاوه بر مشاهده‌پذیری و تخمین حالت از داده‌های PMU برای پیدا کردن محل وقوع خطا در خطوط انتقال[۲]، بررسی زمان واقعی پایداری گذرای سیستم قدرت[۳]، حفاظت در سطح وسیع، رله گذاری تطبیقی، پایش حرارتی خطوط انتقال و پایداری ولتاژ استفاده می‌شود [۴و۵].

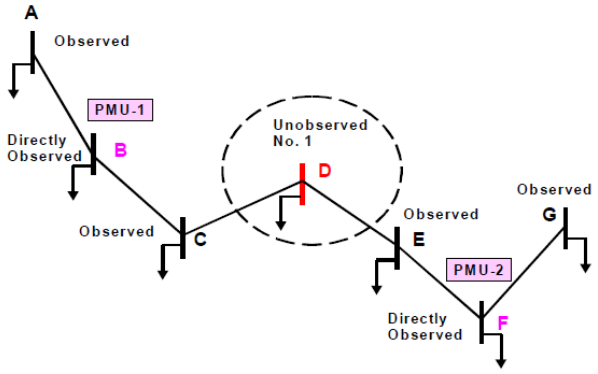
تاکنون چندین طرح برای مکان‌یابی بهینه PMUها پیشنهاد شده است. در مراجع[۶و۷]، از روش آبکاری فلزات[۵] برای پیدا کردن مکان بهینه PMUها استفاده شده است. این روش به حدس اولیه و تصادفی برای جواب نیاز دارد، حجم محاسبات این روش سنگین است و جواب بهینه کلی را نتیجه نمی‌دهد. در مرجع[۸] از الگوریتم ژنتیک[۶] (GA) به منظور پیدا کردن مکان بهینه PMU استفاده شده است. مزیت الگوریتم ژنتیک این است که جواب‌های متعددی برای شرکت‌های برق تولید می‌کند که این شرکت‌ها می‌توانند قدرت انتخاب بیشتری داشته باشند. روش بهینه‌سازی دسته ذرات[۷] (PSO) و بهینه‌سازی دسته ذرات دودویی[۸] (BPSO) از دیگر روش‌هایی بوده که برای حل مسأله مورد توجه محققین قرار گرفته است[۱و۹].

در این مقاله بحث مکان‌یابی PMU با شرایط حداقل تعداد آن‌ها و مشاهده‌پذیری شبکه بر اساس روش برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح[۹] (ILP) انجام گرفته و تأثیر پست‌های کلیدزنی و اندازه‌گیرهای معمول مورد استفاده در سیستم‌های قدرت بر روی تابع هدف به‌صورت روابط کاملا خطی شده اعمال شده است. همچنین در این مقاله مدلی برای بدست آوردن تمام مجموعه جواب‌های مسئله مکان‌یابی PMU با استفاده از روش ILP پیشنهاد خواهد شد.

۲- مشاهده‌پذیری سیستم قدرت توسط PMU

به طور کلی مشاهده‌پذیری سیستم قدرت به معنی محاسبه متغیرهای شبکه به منظور تخمین حالت سیستم می‌باشد و در صورتی که داده‌های مورد نیاز برای تخمین حالت موجود نباشد، شبکه مشاهده‌پذیر نخواهد بود. متغیرهای شبکه معمولاً فازور ولتاژ شین‌ها تلقی می‌شوند.

PMUی نصب شده روی یک شین مشخص می‌تواند اندازه‌ی ولتاژ و زاویه فاز آن شین را اندازه‌گیری کند و همچنین می‌تواند فازور جریان تمام شاخه‌های متصل به آن شین را محاسبه کند. در نتیجه اندازه‌ی ولتاژ و زاویه فاز شین‌های متصل به شین مجهزشده به PMU نیز می‌تواند با استفاده از قوانین پایه‌ای برق(KVL,KCL) محاسبه شوند. بنابراین شین‌هایی که در آنها PMU نصب شده است دارای مشاهده‌پذیری مستقیم هستند و شین‌هایی که به شین دارای PMU متصل می‌باشند دارای مشاهده‌پذیری غیرمستقیم می‌باشند و شین‌هایی که ارتباطی با شین دارای PMU ندارند غیر مشاهده‌پذیر هستند. سیستم قدرت نمایش داده شده در شکل (۱) وضعیت شین‌ها از نظر مشاهده‌پذیری را شرح می‌دهد:



شکل (۱): نحوه مشاهده‌پذیری شین‌های شبکه توسط PMU

در شکل (۱)، شبکه دارای ۷شین است که از A تا G نام‌گذاری شده‌اند. فرض می‌کنیم که دو PMU در شین‌های B و F قرار داه شده است، بنابراین شین‌های B و F مستقیماً مشاهده‌پذیر هستند. شین‌های A، C، E و G به شین‌های B و F اتصال دارند، در نتیجه این شین‌ها غیرمستقیم مشاهده‌پذیر می‌باشند. شین D هیچگونه ارتباطی با شین‌های دارای PMU ندارد پس این شین غیرمشاهده‌پذیر خواهد بود و درنتیجه این سیستم مشاهده‌پذیر کامل نیست [۱۰].

یک سیستم قدرت مشاهده‌پذیر کامل به معنی این است که، تمام شین‌ها در آن سیستم با یک طرح مکان‌یابی PMU به‌طور مستقیم و یا غیرمستقیم مشاهده‌پذیر باشند.

۳- فرمول‌بندی مسئله مکان‌یابی PMU

برای پیدا کردن مکان بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازوری اطلاع از توپولوژی شبکه(نحوه اتصال شین‌ها و خطوط انتقال) و نوع شین‌ها کافی است. PMU نصب شده در یک شین قادر است فازور ولتاژ آن شین و همچنین فازور جریان کلیه شاخه‌هایی که به آن شین متصل هستند را محاسبه کند. لذا با وجود ماتریس ادمیتانس شبکه، می‌توان ولتاژ شین‌های مجاور را نیز به دست آورد و این از تعداد PMUهای نصب شده می‌کاهد. از سوی دیگر مینیمم سازی تعداد PMUها باید به‌اندازه‌ای باشد که هر شین حداقل یک بار مشاهده پذیر باشد.

Downloaded from jeps.dezful.iau.ir at 19:25 +0330 on Thursday November 12th 2026

۳-۱- فرمول‌بندی مسئله مکان‌یابی PMU در حالت عادی

برای سیستم n شینه مسئله مکان‌یابی بهینه با رابطه (۱) بیان می‌شود[۱۱]:

$$\min \sum_{i=1}^{n} w_i . x_i \qquad (۱)$$
$$s.t \;\; y = Ax \geq b$$

که درآن n تعداد شین‌های سیستم، w ماتریس هزینه PMUهای نصب شده و یا ماتریس وزنی شین‌ها که بر حسب اهمیت هر شین می‌توان تغییر کند و معمولا برابر با ماتریس واحد $n\times n$ در نظر گرفته می‌شود و A ، x و b بصورت زیر تعریف می‌شوند.

$$A_{n\times n}(i,j) = \begin{cases} 1 & i=j \\ 1 & \text{if buses } i \text{ and } j \text{ are connected} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{n\times 1}(i) = \begin{cases} 1 & \text{if PMU installed in bus } i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$b_{n\times 1} = [1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; ... \;\; 1 \;\; 1]^T$$

نامعادله تابع (۱) جهت مشاهده‌پذیری کامل سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد. سطر iام ماتریس Ax عبارت است از تعداد دفعات مشاهده‌پذیری شین iام که باید حداقل یک باشد.

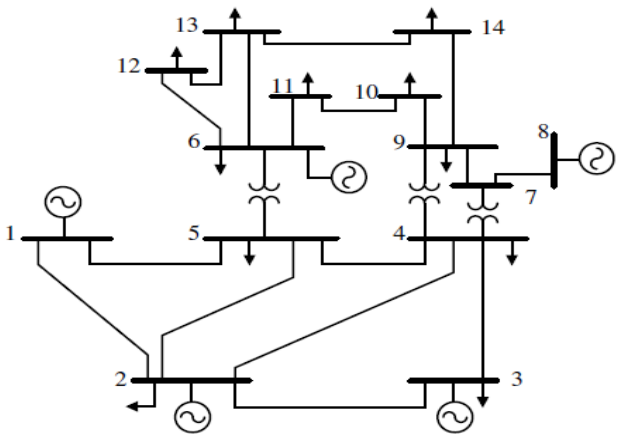
برای مثال مشاهده‌پذیری سیستم ۱۴ شینه IEEE که در شکل (۲) نشان داده شده است بررسی می‌شود. x_i یک متغیر باینری و متناظر با شین i است. متغیر x_i اگر PMU در شین i نصب شده باشد یک و در غیر این صورت صفر خواهد بود. پس مسئله مکان‌یابی PMU برای سیستم ۱۴ شینه IEEE به‌صورت رابطه (۲) فرمول‌بندی می‌شود:

$$Objective: \min \sum_{i=1}^{14} w_i \cdot x_i$$

$$Subject\ to:$$

$$\begin{aligned}
&Bus-1: x_1+x_2+x_5 \geq 1 \\
&Bus-2: x_1+x_2+x_3+x_4+x_5 \geq 1 \\
&Bus-3: x_2+x_3+x_4 \geq 1 \\
&Bus-4: x_2+x_3+x_4+x_5+x_7+x_9 \geq 1 \\
&Bus-5: x_1+x_2+x_4+x_5+x_6 \geq 1 \\
&Bus-6: x_5+x_6+x_{11}+x_{12}+x_{13} \geq 1 \\
&Bus-7: x_4+x_7+x_8+x_9 \geq 1 \\
&Bus-8: x_7+x_8 \geq 1 \\
&Bus-9: x_4+x_7+x_9+x_{10}+x_{14} \geq 1 \\
&Bus-10: x_9+x_{10}+x_{11} \geq 1 \\
&Bus-11: x_6+x_{10}+x_{11} \geq 1 \\
&Bus-12: x_6+x_{12}+x_{13} \geq 1 \\
&Bus-13: x_6+x_{12}+x_{13}+x_{14} \geq 1 \\
&Bus-14: x_9+x_{13}+x_{14} \geq 1
\end{aligned} \qquad (۲)$$

در معادلات بالا اپراتور+ به جای اپراتور منطقی OR بکار رفته است. عدد ۱ در طرف راست نامعادله‌ها بیانگر این مطلب است که هر شین باید توسط حداقل یک PMU مشاهده‌پذیر باشد. به عنوان مثال قید مربوط به *BUS-1* به این معنی است که برای مشاهده‌پذیری شین یک باید حداقل یک PMU در شین یک یا دو یا پنج نصب باشد. به همین ترتیب برای مشاهده‌پذیری شین ۸ باید حداقل یک PMU در یکی از شین‌های هفت یا هشت (یا هر دو) نصب باشد.



شبکه ۱۴ شینه IEEE کل (۲/۰ ،۰ ،۰)

حال اگر روابط بالا را به صورت ماتریسی مرتب کنیم، داریم:

$$\min \sum_{i=1}^{14} w_i . x_i$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix}
1&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&1&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
1&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&1&1&1&0\\
0&0&0&1&0&0&1&1&1&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&1&0&1&1&0&0&0&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&1&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&1
\end{bmatrix}}_{A}
\underbrace{\begin{bmatrix} x_1\\x_2\\x_3\\x_4\\x_5\\x_6\\x_7\\x_8\\x_9\\x_{10}\\x_{11}\\x_{12}\\x_{13}\\x_{14}\end{bmatrix}}_{x}
\geq
\underbrace{\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\end{bmatrix}}_{b} \qquad (۳)$$

ماتریس A را به‌طور مستقیم می‌توان توسط باینری کردن ماتریس ادمیتانس شبکه بدست آورد و w که ماتریس وزنی شین‌ها می‌باشد، در صورتی که تمام شین‌ها از نظرارزش مشابه در نظر گرفته شود، w را می‌توان به‌صورت یک ماتریس همانی $I_{n\times n}$ نوشت.

با حل مسئله ۱۴شینه IEEE نمونه با استفاده از دستور bintprog نرم‌افزار MATLAB جواب بهینه به صورت x=[0 1 0 0 0

Downloaded from jeps.dezful.iau.ir at 19:25 +0330 on Thursday November 12th 2026

[0 0 0 0 1 0 0 1 1] بدست خواهد آمد، که به معنی این است که تعداد بهینه‌ی PMUها به منظور مشاهده‌پذیری کامل شبکه ۴تا می‌باشد که باید در شین‌های ۲، ۶، ۷ و ۹ نصب شوند.

۳-۱-۱- مجموعه جواب‌های مسئله مکان‌یابی PMU

یک شرکت برق ممکن است که مشکلات زیادی در طول فرآیند اجرای نصب PMUها مانند عدم وجود امکانات ارتباطی یا مخابراتی، نقل و انتقال محدود PMU و یا نامناسب بودن محل نصب PMU داشته باشد. همچنین، یک طرح مکان‌یابی منحصربه‌فرد نیاز شرکت‌های برق را برآورده نمی‌کند. درنتیجه تأمین شرکت‌های برق با یک مجموعه‌ی کامل از جواب‌ها با حداقل تعداد PMU به‌منظور دست‌یابی به یک انتخاب انعطاف‌پذیر ضروری به‌نظر می‌رسد.

فرض می‌شود که برای یک شبکه قدرت با تعداد شین مشخص (n)، $X_{s1}=\begin{bmatrix}x_{s1,1} & x_{s1,2} & \dots & x_{s1,n}\end{bmatrix}^T$ یک جواب بهینه برای مسئله مکان‌یابی PMU و m تعداد بهینه PMUهای مورد نیاز باشد. به‌منظور به‌دست آوردن سایر جوابهای بهینه مسئله مکان‌یابی PMU و همچنین اجتناب از تکرار جواب‌های مشابه، ماتریس $A_{n\times n}$ و بردار $b_{n\times 1}$ به‌صورت روابط (۴) و (۵) اصلاح می‌شوند[۱۲].

$$A_{(n+1)\times n}=\begin{bmatrix} A_{n\times n} \\ -x_{s1,1} \quad -x_{s1,2} \quad \dots \quad -x_{s1,n}\end{bmatrix}_{(n+1)\times n} \qquad (۴)$$

$$b_{(n+1)\times 1}=\begin{bmatrix}1 & 1 & \dots & 1 & -(m-1)\end{bmatrix}^T_{1\times(n+1)} \qquad (۵)$$

اصلاح ماتریس‌ها بر پایه‌ی این موضوع انجام می‌شود که اگر X_{s2} یک جواب بهینه متفاوت با X_{s1} باشد باید قید $X_{s1}^T X_{s2}\le (m-1)$ ارضا شود. اگر X_{s2} جوابی مشابه با X_{s1} باشد، $X_{s1}^T X_{s2}=m$ خواهد بود. با ضرب کردن 1- در دو طرف نامساوی نتیجه می‌شود که $(-X_{s1})^T X_{s2}\ge -(m-1)$.

اگر تعداد کل جواب‌های بهینه مسئله مکان‌یابی w فرض شود و w جواب مسئله در دسترس باشد، ماتریس $A_{n\times n}$ و بردار $b_{n\times 1}$ به‌صورت روابط (۶) و (۷) اصلاح خواهند شد.

$$A_{(n+w)\times n}=\begin{bmatrix} A_{n\times n} & & & \\ -x_{s1,1} & -x_{s1,2} & \dots & -x_{s1,n} \\ -x_{s2,1} & -x_{s2,1} & \dots & -x_{s2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -x_{sw,1} & -x_{sw,2} & \dots & -x_{sw,n}\end{bmatrix}_{(n+w)\times n} \qquad (۶)$$

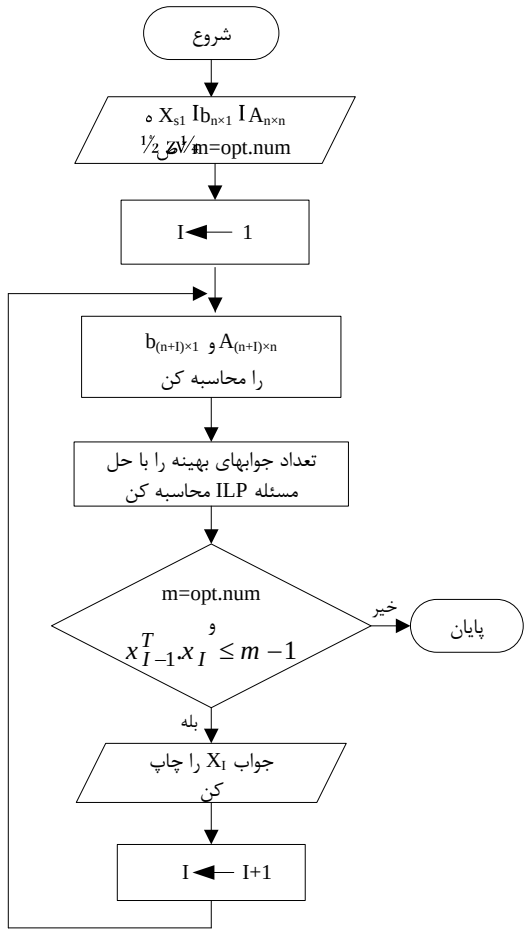
$$b_{(n+w)\times 1}=\begin{bmatrix}1 & 1 & \dots & 1 & -(m-1) & \dots & -(m-1) & -(m-1)\end{bmatrix}^T_{1\times(n+w)} \qquad (۷)$$

درنتیجه می‌توان مسئله مکان‌یابی بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازوری را به‌منظور بدست آوردن مجموعه کامل جواب‌ها به‌صورت رابطه (۸) فرمول‌بندی کرد.

که ماتریس A و بردار b در هر تکرار اصلاح خواهند شد. اگر تعداد PMUها از تعداد m که تعداد بهینه‌ی PMUها می‌باشد و در تکرار اول بدست آمده است، تخطی کرد، تکرار متوقف خواهد شد.

$$\min \sum_{i=1}^{n} w_i . x_i$$
$$Subject\ to: A_{(n+w)\times n} X_{n\times 1} \ge b_{(n+w)\times 1} \qquad (۸)$$
$$X_{n\times 1}=\begin{bmatrix}x_1 & x_2 & \dots & x_n\end{bmatrix}^T$$
$$x_i \in \{0,1\}$$

فلوچارت فرآیند یافتن تمام مجموعه جواب‌ها در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل (۳): فلوچارت پیدا کردن تمام مجموعه جواب‌های مسئله مکان‌یابی بهینه PMU

۳-۱-۲- مقایسه مجموعه جواب‌های مسئله مکان‌یابی بهینه PMU

با توجه به این موضوع که مسئله‌ی مکان‌یابی بهینه PMUها ممکن است که دارای چندین جواب بهینه با هزینه‌های مشابه باشد، در این

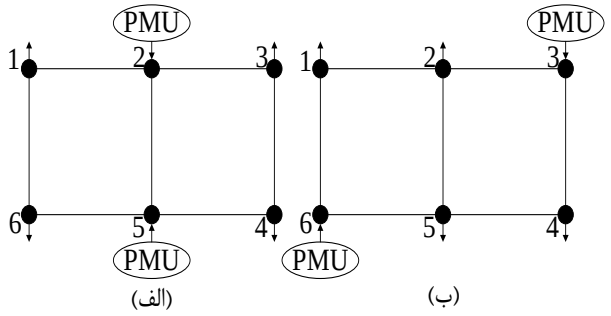
شرایط پرسشی در مورد برتری یک جواب ویژه در برابر دیگر جواب‌های بهینه‌ی موجود مطرح خواهد شد.

در چنین شرایطی برای مقایسه کیفی این جواب‌ها و همچنین رتبه‌بندی جواب‌ها دو شاخص BOI[۱۰] و SORI[۱۱] پیشنهاد شده است[۱۳].

BOI شاخص مشاهده‌پذیری شین می‌باشد که به صورت شاخص عملکرد روی کیفیت بهینه‌سازی پیشنهاد شده است. BOI برای شین i (β_i) به‌صورت تعداد PMUهایی که قابلیت مشاهده‌پذیری یک شین را فراهم می‌کنند تعریف می‌شود. در نتیجه، بیشینه شاخص مشاهده‌پذیری شین به بیشینه اتصالات (η_i) یک شین به‌اضافه یک محدود می‌شود: $\beta_i \le \eta_i + 1$

SORI شاخص افزایش مشاهده‌پذیری سیستم است که به‌صورت مجموع تمام BOIها برای یک سیستم معرفی می‌شود. اگر شین i با تعداد β_i PMU مشاهده‌پذیر باشد، شاخص افزایش مشاهده‌پذیری سیستم (SORI) با رابطه $\gamma = \sum_{i=1}^{n} \beta_i$ که γ نشانه SORI است، بدست می‌آید.

بررسی دو نوع جواب بهینه در یک سیستم ۶شینه نمونه در شکل (۴) نشان داده شده است. در این شکل به حداقل دو PMU برای محقق کردن مشاهده‌پذیری کامل سیستم ۶شینه نیاز می‌باشد. بررسی دو نوع جواب بهینه در شکل (۴) نشان داده شده است[۱۳].



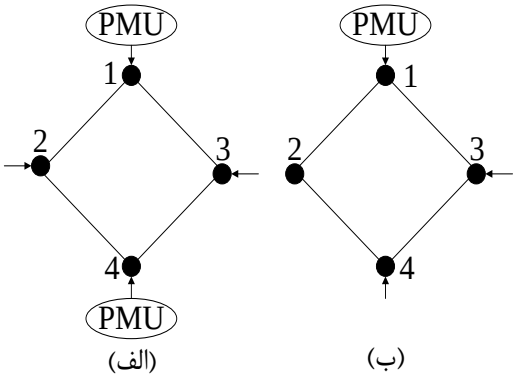
شکل (۴): مشاهده‌پذیری یک سیستم ۶شینه توسط دو نوع جواب بهینه مختلف

برای مکان‌یابی PMU، به‌طوری که در شکل (الف-۴) نشان داده شده است، BOI (β_i) برای شین‌های ۱ تا ۶ به‌ترتیب: ۱، ۲، ۱، ۱، ۲ و ۱می‌باشد که در این حالت SORI برابر ۸=$\gamma_{الف}$ خواهد بود. به‌طور مشابه، برای مکان‌یابی PMU در شکل(ب-۴)، BOI برای شین‌های ۱ تا ۶، واحد می‌باشد، که در این حالت ۶=$\gamma_{ب}$ می‌شود. بنابراین در مکان‌یابی PMU باید بیشینه مقدار SORI که برای این شبکه ۶شینه نمونه در حالت (الف-۴) می‌باشد برای مکان‌یابی نهایی انتخاب شود.

SORI بزرگتر دارای این مزیت است که اگر یک PMU از مدار خارج شود قسمت بزرگتری از سیستم مشاهده‌پذیر باقی می‌ماند. برای مثال، در شکل (الف-۴) با خروج یک PMU، دو شین غیر مشاهده‌پذیر خواهند شد، ولی در شکل (ب-۴) با خروج یک PMU سه شین غیرمشاهده‌پذیر می‌شوند. پس بررسی این دو شاخص به بهبود کیفیت مکان‌یابی PMU کمک می‌کند، به‌طوری که اگر در یک سیستم چندین جواب بهینه وجود داشته باشد، انتخاب جواب بهینه‌ای که شاخص افزایش مشاهده‌پذیری سیستم (SORI) را افزایش می‌دهد ارزشمند و دارای قابلیت اعتماد بالاتری خواهد بود.

۳-۲- بررسی شین تزریق صفر در مسئله مکان‌یابی بهینه PMU

شین تزریق صفر[۱۲] شینی است که هیچگونه توان و یا جریانی از طریق این شین به سیستم تزریق نمی‌شود[۱۳]، به‌عبارت دیگر هیچگونه بار اکتیو و یا راکتیوی با این شین در ارتباط نیست. شین‌های تزریق صفر معادل پست‌های کلیدزنی در سیستم قدرت می باشند. اگر این شین‌ها در مسئله مکان‌یابی PMU مدل شوند کل تعداد PMUها به منظور مشاهده‌پذیری سیستم قدرت کاهش می‌یابد. برای درک بهتر این مطلب، یک شبکه ۴ شینه که در شکل (۵) نشان داده شده است مورد بررسی قرار می‌گیرد.



شکل (۵): مکان‌یابی بهینه PMU برای یک سیستم ۴شینه (الف) قید شین تزریق صفر نادیده گرفته شده است. در (ب) شین ۲ به‌عنوان شین تزریق صفر در نظر گرفته شده است

شکل (الف-۵) اطلاعات مربوط به شین‌های تزریق صفر را نادیده در نظر گرفته است در حالی که در شکل (ب-۵) شین ۲ به عنوان شین تزریق صفر فرض شده است. برای سیستم شکل (الف-۵) به آسانی می‌توان فهمید که حداقل دو PMU برای مشاهده‌پذیری کامل سیستم مورد نیاز است، که این دو PMU می‌تواند روی هر کدام از ۴ شین قرار بگیرد. به‌عنوان مثال، اگر یک PMU روی شین یک قرار داده شود، PMU دیگری برای اینکه هر ۴ شین مشاهده‌پذیر شوند مورد نیاز خواهد بود. برای مقایسه سیستم شکل (ب-۵) بررسی می‌شود، با نصب یک PMU در شین یک فازور جریان در خط ۱-۲ مشخص خواهد شد، اگر شین ۲، شین تزریق صفر در نظر گرفته شود در نتیجه جریان در شاخه‌ی ۲-۴ با جریان در شاخه‌ی ۱-۲ برابر می‌شود: $I_{24}=I_{12}$

Downloaded from jeps.dezful.iau.ir at 19:25 +0330 on Thursday November 12th 2026

Downloaded from jeps.dezful.iau.ir at 19:25 +0330 on Thursday November 12th 2026

بنابراین با دانستن پارامترهای خط، ولتاژ در شین ۴ به‌صورت رابطه (۹) محاسبه می‌شود:

$$V_4 = V_2 - I_{12} Z_{24} \quad (۹)$$

بنابراین نیاز به نصب یک PMU جداگانه در شین ۴ سیستم شکل (ب-۵) نمی‌باشد. در نتیجه، بررسی شین‌های تزریق صفر به کاهش تعداد کل PMUهای مورد نیاز جهت مشاهده‌پذیری کامل سیستم کمک می‌کند.

مدل‌سازی قیود شین‌های تزریق صفر به خاطر غیرخطی بودن این قیود یک مشکل در مسئله مکان‌یابی بهینه‌ی PMU به‌شمار می‌رود که این افزایش پیچیدگی، مسئله بهینه‌سازی را ناپیوسته می‌کند. در این مقاله مدل‌سازی شین‌های تزریق صفر در مسئله مکان‌یابی بهینه PMU با استفاده از قیود خطی انجام شده است، به این معنا که مسئله مکان‌یابی بهینه‌ی PMU با درنظر گرفتن شین‌های تزریق صفر توسط حل‌کننده‌های مسئله ILP استاندارد حل شده است.

برای این حالت یک متغیر جدید به نام u_i که به منظور تأیید مشاهده‌پذیری شین i می‌باشد تعریف می‌شود. اگر $u_i=1$ باشد به معنی این است که شین i مشاهده پذیر است و $u_i=0$ به معنی عدم مشاهده‌پذیری شین i می‌باشد. مجموعه شین‌هایی که به شین تزریق صفر متصل هستند، A_i نام‌گذاری می‌شود و مجموعه A_i به همراه خود شین تزریق صفر را B_i می‌نامیم $B_i = A_i \cup \{i\}$.

برای فهم بهتر تأثیر شین تزریق صفر در مسئله مکان‌یابی، سیستم ۱۴شینه IEEE شکل (۲) بررسی خواهد شد که شین ۷ یک شین تزریق صفر می‌باشد. بنابراین $A_7=\{4,8,9\}$ و $B_7=\{4,7,8,9\}$ خواهد بود. قید اضافی در مدل‌سازی شین تزریق صفر در محیط ILP به‌صورت نامساوی رابطه (۱۰) خواهد شد:

$$u_4 + u_7 + u_8 + u_9 \geq 3 \quad (۱۰)$$

قید بالا به این معنی است که از ۴ شین ۴، ۷، ۸ و ۹ در نهایت باید ۳ شین مشاهده‌پذیر باشند. بنابراین فرمول‌بندی ILP برای سیستم ۱۴ شینه IEEE متشکل از قید شین تزریق صفر به‌صورت رابطه (۱۱) اصلاح می‌شود[۱۳].

با حل مسئله ILP رابطه (۱۱) ، شین‌های ۲، ۶ و ۹ برای نصب PMU انتخاب می‌شوند. بنابراین با مدل کردن قیود شین تزریق صفر، سیستم فقط با سه PMU مشاهده‌پذیر کامل خواهد شد. در نتیجه حداقل تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری سیستم یکی کاهش یافته است.

یک فرمول‌بندی کامل برای مکان‌یابی بهینه‌ی PMU با در نظر گرفتن شین‌های تزریق صفر سیستم در محیط ILP در رابطه (۱۲) ارائه شده است[۱۳].

$$\begin{aligned}
&\textit{Objective}: \min x_1 + x_2 + x_3 + \ ... \ + x_{14} \\
&\textit{Subject to}: \\
&Bus-1: \ x_1 + x_2 + x_5 \geq 1 \\
&Bus-2: \ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 1 \\
&Bus-3: \ x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \\
&Bus-4: \ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 \geq u_4 \\
&Bus-5: \ x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 1 \\
&Bus-6: \ x_5 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\
&Bus-7: \ x_4 + x_7 + x_8 + x_9 \geq u_7 \\
&Bus-8: \ x_7 + x_8 \geq u_8 \\
&Bus-9: \ x_4 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{14} \geq u_9 \\
&Bus-10: \ x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\
&Bus-11: \ x_6 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\
&Bus-12: \ x_6 + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\
&Bus-13: \ x_6 + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1 \\
&Bus-14: \ x_9 + x_{13} + x_{14} \geq 1 \\
&Zero\ injection: \ u_4 + u_7 + u_8 + u_9 \geq 3
\end{aligned} \quad (۱۱)$$

$$\begin{aligned}
&\textit{Objective}: \min \sum_{i=1}^{n} w_i . x_i \\
&\textit{Subject to}: \\
&\qquad Ax \geq u \\
&\textit{and} \\
&\qquad u_j = 1 \ \ \forall j \notin B_1 \bigcup B_2 ... \bigcup B_z \\
&\textit{and} \\
&\qquad \sum_{k \in B_i} u_k \geq |A_i| \ \ \forall i \in Z \\
&\textit{or} \\
&\qquad a_i \, u \geq |A_i|
\end{aligned} \quad (۱۲)$$

که $|A_i|$اندازه‌ی مجموعه A_i و Z نشان دهنده مجموعه شین‌های تزریق صفر می‌باشد. a_i نشان دهنده‌ی ردیف iام است، به‌عبارت دیگر ردیف متناظر با شین‌های تزریق صفر در ماتریس اتصالات باینری(A) را نشان می‌دهد. قید دوم رابطه‌ی (۱۲) تضمین کننده‌ی این موضوع است که شین‌هایی که به شین تزریق صفر مرتبط نیستند حتماً مشاهده‌پذیر می‌شوند.

۳-۳- مکان‌یابی بهینه PMU با حضور ادوات اندازه‌گیر معمول در سیستم قدرت

برخی از شرکت‌های برق به‌دلیل قیمت بالای PMUها قادر به نصب PMU به تعداد کافی در یک مدت زمان کوتاه نمی‌باشند لذا ضمن استفاده از سیستم SCADA، به‌تدریج و طی چندین سال اقدام به نصب PMU در شبکه می‌کنند. بر این اساس لازم است تأثیر سیستم SCADA در تعداد و مکان بهینه‌ی PMUها مورد بررسی قرار گیرد.

اندازه‌گیرهای تزریقی، پخش توان و ولتاژ از جمله اندازه‌گیرهایی هستند که در سیستم‌های قدرت مورد استفاده قرار می‌گیرند و در صورت وجود اندازه‌گیرهای مذکور نامعادلات مربوط به مکان‌یابی پایه‌ای تحت تأثیر قرار می‌گیرد.

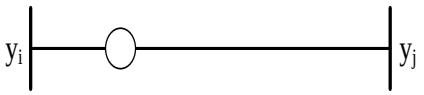
در این مقاله برای مدل‌سازی اندازه‌گیرهای مرسوم در سیستم قدرت یک فرمول‌بندی مشابه مسئله مکان‌یابی بهینه PMU توسط برنامه‌ریزی خطی اعداد صحیح(ILP) بیان شده است.

برای مدل‌سازی اندازه‌گیرهای مرسوم در مسئله مکان‌یابی بهینه‌ی PMU یک بردار به‌صورت $Y=A.X$ تعریف می‌شود که A همان ماتریس اتصالات باینری که در رابطه (۱) معرفی شد می‌باشد. عنصر $y_i=A_i.x_i$ از بردار Y، قید مربوط به شین i است که A_i ردیف iام از ماتریس A و x_i عنصر iام از بردار X می‌باشد. برای هر یک از اندازه‌گیرهای پخش توان، توان تزریقی و ولتاژ، شین‌های مرتبط با این اندازه‌گیرها می‌توانند مشاهده‌پذیر شوند. به‌عبارت دیگر، برای هر یک از اندازه‌گیرهای پخش توان یا تزریقی، عناصری از Y که مطابق با شین‌های مرتبط با این اندازه‌گیرها می‌باشد صفر خواهد شد.

برای توضیح جزئیات در زیر ۴حالت بررسی شده است [۱۴و۱۵].

الف) اندازه‌گیر پخش توان

اگر یک اندازه‌گیر پخش توان در خط i-j قرار گیرد، آنگاه با مشاهده پذیر بودن یک شین، دیگری نیز مشاهده‌پذیر می‌شود. لذا می‌توان نوشت:

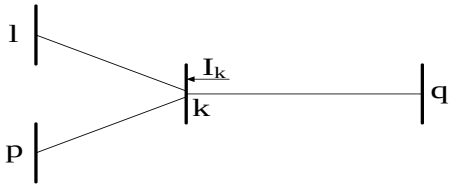


$$y_i + y_j \geq 1 \qquad (۱۳)$$

به‌عبارت دیگر سطر i و j از ماتریس A حذف می‌شود و معادله فوق جایگزین آن می‌گردد. که به‌معنی این است که مشاهده‌پذیری شین‌های i و j توسط این اندازه‌گیر انجام می‌شود و مشاهده‌پذیری سایر شین‌های شبکه باید توسط مکان‌یابی بهینه‌ی PMU پوشش داده شود.

ب) اندازه‌گیر تزریق توان

با درنظر گرفتن یک اندازه‌گیر تزریقی در شین kام، آنگاه یک واحد از قیود مشاهده‌پذیری کاسته می‌شود.

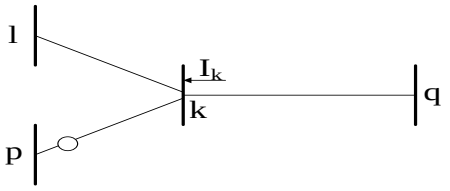


$$y_1 + y_p + y_k + y_q \geq 3 \qquad (۱۴)$$

لازم به ذکر است که مدل کردن اندازه‌گیر تزریق توان در مسئله مکان‌یابی بهینه‌ی PMU معادل(همانند) با مدل کردن شین تزریق صفر در شبکه است. در نتیجه قیود مربوط به اندازه‌گیر تزریق توان و شین تزریق صفر کاملا مشابه می‌باشد.

ج) ترکیب اندازه‌گیر پخش توان و تزریق توان

فرض می‌شود که در بخشی از یک سیستم قدرت مطابق شکل زیر ترکیبی از اندازه‌گیرها وجود داشته باشد(یک اندازه‌گیر پخش توان در خط p-k و یک اندازه‌گیر تزریقی در شین k).



مطابق با دو حالت بیان شده در قسمت (الف) و (ب) دو نامساوی (۱۵) و (۱۶) وجود خواهد داشت:

$$y_p + y_k \geq 1 \qquad (۱۵)$$

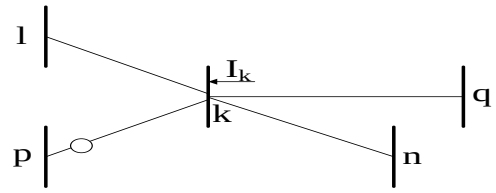
$$y_1 + y_p + y_k + y_q \geq 3 \qquad (۱۶)$$

به منظور ارضای نامساوی اول که $y_p + y_k \geq 1$ می‌باشد، نامساوی اول از نامساوی دوم که مربوط به اندازه‌گیر تزریقی است کم می‌شود.

$$y_1 + y_p + y_k + y_q - y_p - y_k \geq 3-1 \qquad (۱۷)$$

باید توجه داشت که سمت راست نامساوی یک واحد دیگر به‌خاطر تزریق I_k کاهش می‌یابد، در نتیجه نامساوی دوم $y_1 + y_q \geq 1$ خواهد شد.

به‌طور مشابه برای شکل زیر که بخشی از یک سیستم قدرت می‌باشدو دارای ترکیب اندازه‌گیرهای پخش توان و تزریقی است، قیود اعمالی به سیستم به‌صورت نامساوی‌های رابطه (۱۸) خواهد شد:



$$\begin{aligned} &y_p + y_k \geq 1 \\ &y_q + y_n + y_1 \geq 2 \end{aligned} \qquad (۱۸)$$

د) اندازه‌گیر ولتاژ

اگر یک اندازه‌گیر ولتاژ در شین iام وجود داشته باشد فقط ولتاژ آن شین مشاهده‌پذیر می‌شود، لذا مقدار درایه iiام در ماتریس A برابر با صفر می‌شود:

$$A_{ii}=0 \qquad (۱۹)$$

اگر شین s به هیچ یک از اندازه‌گیرهای معمول مرتبط نباشد، مطابق با قیود مسئله کمینه‌سازی که در قسمت ۳-۱ بیان شد، قید مربوط به این شین به صورت $y_s \geq 1$ حفظ خواهد شد.

Downloaded from jeps.dezful.iau.ir at 19:25 +0330 on Thursday November 12th 2026

Downloaded from jeps.dezful.iau.ir at 19:25 +0330 on Thursday November 12th 2026

براساس ۴مورد گفته شده در قسمت۳-۳، اگر ابتدا شین‌های مرتبط با اندازه‌گیرهای مرسوم و سپس قیود اندازه‌گیرهای معمول بررسی شود، روابط به صورت رابطه (۲۰) خواهد شد[۱۱]:

$$\begin{bmatrix} I_{M\times M} & 0 \\ 0 & A_{meas} \end{bmatrix}(PY) = A_{con}PY = A_{con}PAX \geq b_{con} \quad (۲۰)$$

که بردار b_{con} نمایشی از ماتریس b در رابطه (۱) بوده که با شرایط مطرح شده در معادلات (۱۳)، (۱۴) و (۱۸) بدست خواهد آمد. همچنین ماتریس P، ماتریس ترتیب حضور شین‌هاست که نحوه آرایش شین‌ها را در ماتریس A_{con} نمایش می‌دهد. ماتریس A_{con}، ماتریس مربوط به حضور ادوات اندازه‌گیر بوده که در این ماتریس، M تعدادشین‌های غیرمرتبط به اندازه‌گیرهای معمول نصب شده در شبکه است. ماتریس A_{meas}، که درایه‌های آن شامل اعداد صفر ویک بوده و با استفاده از روابط (۱۳)، (۱۴) و (۱۸) بیان می‌شود، بیانی از ترتیب ادوات اندازه‌گیر نصب شده در شین‌های شبکه است.

بنابراین هنگامی که اندازه‌گیرهای مرسوم در سیستم قدرت بررسی می‌شوند، مسئله مکان‌یابی بهینه PMU می‌تواند به صورت مسئله خطی عدد صحیح (ILP) مانند رابطه (۲۱) مدل شود[۱۱]:

$$\begin{aligned} &\min \sum_{i=1}^{n} w_i . x_i \\ &subject\ to: A_{con}.P.A.X \geq b_{con} \\ &X_{n\times 1} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{bmatrix}^T \\ &x_i \in \{0,1\} \end{aligned} \quad (۲۱)$$

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش به‌منظور ارزیابی توانایی فرمول‌بندی ارائه شده، تعداد و محل نصب بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازوری برای شبکه‌های استاندارد ۹، ۱۴، ۳۰، ۳۹، ۵۷ و ۱۱۸ شینه IEEE برای تأمین سه هدف مختلف به شرح زیر بدست آمده است:

حالت ۱) مشاهده‌پذیری کامل شبکه در حالت عادی.

حالت ۲) مشاهده‌پذیری کامل شبکه با در نظر گرفتن شین‌های تزریق صفر.

حالت ۳) مشاهده‌پذیری کامل شبکه با درنظر گرفتن سیستم SCADA

شایان ذکر است که به‌منظور حل هر مسئله برای هر شبکه، برنامه‌ای در نرم‌افزار MATLAB نوشته شده و از حل‌کننده‌ی bintprog این نرم‌افزار استفاده شده است. دلیل انتخاب این حل کننده‌ی خاص نیز قابلیت بالای آن در یافتن پاسخ بهینه مسائل ILP با متغیر دودویی در کمترین زمان ممکن است.

حالت ۱) مشاهده‌پذیری کامل شبکه در حالت عادی

برای این حالت، با توجه به فرمول‌بندی مسئله مکان‌یابی بهینه PMU که در روابط (۱)-(۸) بیان شد و فلوچارت ارائه شده در شکل (۳)، مجموعه جواب‌های مسئله مکان‌یابی بهینه برای شبکه ۱۴شینه IEEE که در شکل (۲) نشان داده شده است و دارای ۱۴ شین و ۲۰ خط انتقال می‌باشد در جدول (۱) آورده شده است.

جدول (۱): مجموعه جواب‌های مسئله مکان‌یابی PMU برای سیستم استاندارد ۱۴شینه IEEE

شبکه	تعداد جواب‌ها	تعداد PMUهای مورد نیاز	ردیف جواب	مکان PMUها
۱۴شینه IEEE	۵	۴	۱	۲، ۶، ۷، ۹
			۲	۲، ۶، ۸، ۹
			۳	۲، ۷، ۱۰، ۱۳
			۴	۲، ۷، ۱۱، ۱۳
			۵	۲، ۸، ۱۰، ۱۳

جدول (۲) شاخص مشاهده‌پذیری شین (BOI) و شاخص مشاهده‌پذیری سیستم (SORI) را برای مجموعه جواب‌های شبکه ۱۴ شینه IEEE که در جدول (۱) آورده شده‌اند را نشان می‌دهد.

جدول (۲): محاسبه BOIو SORI برای مجموعه جوابهای شبکه ۱۴شینه IEEE

شماره شین		ردیف جواب				
		۱	۲	۳	۴	۵
۱	BOI	۱	۱	۱	۱	۱
۲		۱	۱	۱	۱	۱
۳		۱	۱	۱	۱	۱
۴		۳	۲	۲	۲	۱
۵		۲	۲	۱	۱	۱
۶		۱	۱	۱	۲	۱
۷		۲	۲	۱	۱	۱
۸		۱	۱	۱	۱	۱
۹		۲	۱	۲	۱	۱
۱۰		۱	۱	۱	۱	۱
۱۱		۱	۱	۱	۱	۱
۱۲		۱	۱	۱	۱	۱
۱۳		۱	۱	۱	۱	۱
۱۴		۱	۱	۱	۱	۱
SORI		۱۹	۱۷	۱۶	۱۶	۱۴

با توجه به مجموعه جواب‌های بدست آمده برای سیستم ۱۴شینه استاندارد IEEE و مقایسه‌ی این مجموعه جواب‌ها از نظر BOI و SORI، روشن است که مجموعه جواب شماره یک به دلیل اینکه دارای مقدار SORI بالاتری می‌باشد، قابلیت اعتماد بالاتری در مشاهده‌پذیری شبکه دارد، ولی اگر به‌هر دلیل شرکت برق قادر به نصب PMUها در مجموعه جواب شماره یک نباشد(که مهمترین آن می‌تواند عدم وجود امکانات مخابراتی و ارتباطاتی در بعضی از شین‌های

مجموعه جواب یک باشد)، می‌تواند از سایر مجموعه جواب‌ها که در رتبه‌بندی SORI دارای مقدار بالاتری است استفاده نماید.

در جدول (۳) برای سایر شبکه‌های مورد مطالعه تعداد بهینه PMUها و مجموعه جوابی که دارای بالاترین مقدار SORI می‌باشد در هر شبکه نمایش داده شده است.

جدول (۳): مکان‌یابی بهینه PMU در شبکه‌های مورد مطالعه

شبکه	تعداد PMUها	مکان PMUها	SORI
۹شینه IEEE	۳	۴، ۶، ۸	۱۲
۱۴شینه IEEE	۴	۲، ۶، ۷، ۹	۱۹
۳۰شینه IEEE	۱۰	۲، ۴، ۶، ۹، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۵، ۲۷	۵۲
۳۹شینه IEEE	۱۳	۲، ۶، ۹، ۱۰، ۱۳، ۱۴، ۱۷، ۱۹، ۲۰، ۲۲، ۲۳، ۲۵، ۲۹	۵۲
۵۷شینه IEEE	۱۷	۱، ۶، ۱۳، ۱۵، ۱۹، ۲۲، ۲۵، ۲۷، ۲۹، ۳۲، ۳۶، ۳۸، ۳۹، ۴۱، ۴۶، ۵۱، ۵۴	۷۱
۱۱۸شینه IEEE	۳۲	۳، ۵، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۷، ۲۱، ۲۵، ۲۸، ۳۴، ۳۷، ۴۰، ۴۵، ۴۹، ۵۳، ۵۶، ۶۲، ۶۴، ۶۸، ۷۱، ۷۲، ۷۵، ۷۷، ۸۰، ۸۵، ۸۶، ۹۰، ۹۴، ۱۰۱، ۱۰۵، ۱۱۰، ۱۱۴	۱۶۰

حالت ۲) مشاهده‌پذیری کامل شبکه با در نظر گرفتن شین‌های تزریق صفر

در جدول(۴) مشخصات شین‌های تزریق صفر شبکه‌های مورد مطالعه موجود می‌باشد، اطلاعات مربوط به این شبکه‌ها از مرجع [۱۷] استخراج شده است.

جدول (۴): اطلاعات شین تزریق صفر برای شبکه‌های مورد مطالعه

شبکه	تعداد شین تزریق صفر	مکان شین تزریق صفر
۹شینه IEEE	۳	۴، ۶، ۸
۱۴شینه IEEE	۱	۷
۳۰شینه IEEE	۵	۶، ۹، ۱۱، ۲۵، ۲۹
۳۹شینه IEEE	۱۲	۱، ۲، ۵، ۶، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۳، ۱۴، ۱۷، ۱۹، ۲۲
۵۷شینه IEEE	۱۵	۴، ۷، ۱۱، ۲۱، ۲۲، ۲۴، ۲۶، ۳۴، ۳۶، ۳۷، ۳۹، ۴۰، ۴۵، ۴۶، ۴۸
۱۱۸شینه IEEE	۱۰	۵، ۹، ۳۰، ۳۷، ۳۸، ۶۳، ۶۴، ۶۷، ۷۱، ۸۱

جدول (۵) نتایج شبیه‌سازی مکان‌یابی PMUها را با در نظر گرفتن شین تزریق صفر نشان می‌دهد و جدول (۶) مقایسه‌ای میان تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری کامل سیستم قدرت با بررسی شین تزریق صفر و بدون بررسی شین تزریق صفر نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که با بررسی شین تزریق صفر از تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری شبکه کاسته می‌شود. در نتیجه از آنجایی که PMUها تجهیزات گران قیمتی هستند، بررسی این نوع شین‌ها در مسئله مکان‌یابی موجب صرفه‌جویی در هزینه خواهد شد.

جدول (۵): مکان‌یابی PMU در شبکه‌های مورد مطالعه با درنظر گرفتن شین تزریق صفر

شبکه	تعداد PMUها	مکان PMUها
۹شینه IEEE	۲	۴، ۷
۱۴شینه IEEE	۳	۲، ۶، ۹
۳۰شینه IEEE	۷	۱، ۵، ۱۰، ۱۲، ۱۸، ۲۳، ۲۷
۳۹شینه IEEE	۹	۳، ۶، ۱۳، ۱۶، ۲۳، ۲۹، ۳۴، ۳۷، ۳۹
۵۷شینه IEEE	۱۴	۱، ۴، ۹، ۲۰، ۲۵، ۲۷، ۲۸، ۳۲، ۳۶، ۳۸، ۴۷، ۵۰، ۵۳، ۵۶
۱۱۸شینه IEEE	۲۹	۲، ۵، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۱۷، ۲۰، ۲۳، ۲۸، ۳۴، ۴۰، ۴۵، ۴۹، ۵۲، ۵۶، ۶۲، ۶۵، ۷۱، ۷۵، ۷۷، ۸۰، ۸۵، ۸۶، ۹۰، ۹۴، ۱۰۱، ۱۰۵، ۱۱۰، ۱۱۴

جدول (۶): مقایسه تعداد PMUهای مورد نیاز با و بدون بررسی شین تزریق صفر برای شبکه‌های مورد مطالعه

شبکه	تعداد PMUها بدون بررسی شین تزریق صفر	تعداد PMUها با بررسی شین تزریق صفر
۹شینه IEEE	۳	۲
۱۴شینه IEEE	۴	۳
۳۰شینه IEEE	۱۰	۷
۳۹شینه IEEE	۱۳	۹
۵۷شینه IEEE	۱۷	۱۴
۱۱۸شینه IEEE	۳۲	۲۹

جدول (۷) مقایسه نتایج روش پیشنهاد شده در این مقاله و نتایج موجود در مراجع دیگر را برای مسئله مکان‌یابی بهینه PMU با درنظر گرفتن قیود مربوط به شین‌های تزریق صفر نشان می‌دهد. نتایج نشان‌دهنده‌ی عملکرد مناسب روش پیشنهادی در شبکه‌های مختلف می‌باشد.

Downloaded from jeps.dezful.iau.ir at 19:25 +0330 on Thursday November 12th 2026

Downloaded from jeps.dezful.iau.ir at 19:25 +0330 on Thursday November 12th 2026

جدول (۷): مقایسه نتایج روش‌های مختلف مکان‌یابی بهینه PMU با درنظر گرفتن شین تزریق صفر

روش / شبکه	ILP	ژنتیک[۸]	جستجوی گراف[۶]	جستجوی تابو[۱۶]	BPSO [۱]
۹شینه IEEE	۲	-	-	-	-
۱۴شینه IEEE	۳	۳	۵	۳	۳
۳۰شینه IEEE	۷	۷	۱۱	-	۷
۳۹شینه IEEE	۹	۹	-	۱۰	-
۵۷شینه IEEE	۱۴	۱۲	۱۹	۱۲	۱۳
۱۱۸شینه IEEE	۲۹	۲۹	۳۸	-	۲۹

حالت ۳) مشاهده‌پذیری کامل شبکه با درنظر گرفتن سیستم SCADA

در این حالت شبیه‌سازی‌ها بر روی شبکه ۱۴شینه و ۱۱۸ شینه IEEE نشان داده شده است. نوع و محل قرار گرفتن اندازه‌گیرها برای سیستم ۱۴شینه در جدول (۸) نشان داده شده است. ماتریس‌های A_{meas} و b_{con} برای سیستم ۱۴ شینه IEEE و با درنظر گرفتن اندازه‌گیرهای موجود در جدول (۸) در روابط (۲۲) و (۲۳) نشان داده شده است. جدول (۹) مقایسه‌ای را بین تعداد PMUی مورد نیاز در حالت مکان‌یابی عادی، حالت مکان‌یابی با درنظرگرفتن شین تزریق صفر و با درنظر گرفتن اندازه‌گیرهای موجود در سیستم که در جدول (۸) نشان داده شده است، نمایش می‌دهد.

$$A_{meas}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1\end{bmatrix} \quad (۲۲)$$

$$b_{con}=\begin{bmatrix}1&1&1&3&2&1&1&1\end{bmatrix} \quad (۲۳)$$

جدول (۸): نوع و محل قرارگیری اندازه‌گیرها در سیستم ۱۴شینه IEEE

نوع اندازه‌گیر	مکان قرار گرفتن اندازه‌گیر		
تزریق توان	۱۲		
پخش توان	۵-۱	۲-۵	۴-۳

جدول (۹): مکان‌یابی بهینه PMU در حالات مختلف برای سیستم ۱۴شینه IEEE

شبکه	حالت	تعداد PMUها	مکان PMUها
۱۴ شینه IEEE	بدون درنظر گرفتن شین تزریق صفر	۴	۲، ۶، ۷، ۹
	با درنظر گرفتن شین تزریق صفر	۳	۲، ۶، ۹
	با درنظر گرفتن شین تزریق صفر و اندازه‌گیرهای موجود در جدول (۸)	۲	۶، ۹

برای شبیه‌سازی سیستم ۱۱۸ شینه IEEE سه مجموعه اندازه‌گیر علاوه‌بر شین‌های تزریق صفر درنظر گرفته شده است و در هر مجموعه دو اندازه‌گیر پخش توان و یک اندازه‌گیر تزریق توان وجود دارد و در هر مرحله یک مجموعه به سیستم اضافه می‌شود. نوع و محل قرارگیری این اندازه‌گیرها در جدول (۱۰) بیان شده است. نتایج شبیه‌سازی در این حالت در جدول (۱۱) نشان داده شده است.

همانطور که مشاهده می‌شود، در هر مرحله تعداد PMUهای مورد نیاز جهت مشاهده‌پذیری شبکه کاهش می‌یابد. بنابراین همانطور که انتظار می‌رفت داشتن اندازه‌گیر متداول در شبکه، تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری سیستم را کاهش می‌دهد.

جدول (۱۰): نوع و محل اندازه‌گیرها در سیستم ۱۱۸ شینه IEEE

شماره مجموعه	نوع اندازه‌گیرها	
	پخش توان	تزریق توان
۱	۵-۴ ۲-۱	۱۱۴
۲	۸۷-۸۶ ۲۱-۲۰	۱۱۷
۳	۱۱۳-۱۷ ۲۲-۲۱	۳۴

جدول (۱۱): تأثیر سیستم SCADA در مسئله مکان‌یابی بهینه PMU برای سیستم ۱۱۸ شینه IEEE

شبکه	مجموعه اندازه‌گیر	تعداد PMUها	مکان PMUها
۱۱۸ شینه IEEE	هیچکدام	۲۹	۲، ۵، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۱۷، ۲۰، ۲۳، ۲۸، ۳۴، ۴۰، ۴۵، ۴۹، ۵۲، ۵۶، ۶۲، ۶۵، ۷۱، ۷۵، ۷۷، ۸۰، ۸۵، ۸۶، ۹۰، ۹۴، ۱۰۱، ۱۰۵، ۱۱۰، ۱۱۴
	- بوعه ۱	۲۸	۵ ۱۰ ۱۲ ۱۵ ۱۹ ۲۳ ۲۸، ۳۲ ۳۴ ۴۰ ۴۵ ۴۹ ۵۲ ۵۶ ۶۲ ۶۵ ۷۲ ۷۵ ۷۷ ۸۰ ۸۵ ۹۰ ۹۴ ۱۰۱ ۱۰۸ ۱۱۰
	- بوعه ۱و۲	۲۶	۹ ۱۱ ۱۲ ۱۷ ۲۲ ۲۷ ۲۸ ۳۴ ۳۷ ۴۱ ۴۵ ۴۹ ۵۳ ۵۶ ۶۲ ۶۵ ۷۲ ۷۵ ۷۷ ۸۰ ۸۵ ۹۰ ۹۴ ۱۰۱ ۱۰۸ ۱۱۰
	- بوعه ۱و۲و۳	۲۵	۸ ۱۱ ۱۲ ۱۹ ۲۳ ۲۹ ۳۲ ۳۵ ۴۰ ۴۵ ۴۹ ۵۳ ۵۶ ۶۲ ۶۵ ۷۱ ۷۵ ۷۷ ۸۰ ۸۵ ۹۰ ۹۴ ۱۰۱ ۱۰۸ ۱۱۰

Downloaded from jeps.dezful.iau.ir at 19:25 +0330 on Thursday November 12th 2026

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی برای مکان‌یابی بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازوری با هدف مشاهده‌پذیری کامل شبکه پیشنهاد شد. این مسئله بهینه‌سازی به شکل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح (ILP) با متغیر دودویی مطرح گردید و قیود آن به‌صورت مجموعه‌ای از معادلات و نامعادلات خطی ارائه شد. همچنین، فلوچارتی به‌منظور بدست آوردن تمام جواب‌های مسئله بهینه‌سازی ارائه و شاخصی جهت مقایسه‌ی جواب‌های بدست آمده بیان شد. در ادامه، مسئله مکان‌یابی بهینه این واحدها با درنظر گرفتن تأثیر شین‌های تزریق صفر و سیستم SCADA بر روی تابع هدف مورد بحث قرار گرفت. برای حل این مسائل بهینه‌سازی نیز از نرم‌افزار MATLAB استفاده شد و نشان داده شد که اعمال قیود مربوط به شین‌های تزریق صفر(پست‌های کلیدزنی) و همچنین قیود مربوط به سیستم SCADA در مسئله مکان‌یابی بهینه PMUها موجب کاهش تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری کامل سیستم قدرت می‌شود که باعث صرفه‌جویی در هزینه خواهد شد. استفاده از روش پیشنهادی در حل هر یک از این مسایل بهینه‌سازی برای شبکه‌های مختلف نشان داد که این روش ضمن سادگی، عملکرد بسیار مناسبی را برای شبکه‌های مختلف دارا می‌باشد.

مراجع

[۱] احمدی. احمد، علی نژاد برمی. یوسف، مرادی. مرتضی، **مکان‌یابی بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازور با استفاده از الگوریتم BPSO**، PSC2009، بیست و چهارمین کنفرانس بین المللی برق، ۱۳۸۹.

[2] Kai-Ping,Chin-Wen Liu,Chi-Shan Yu, and Joe-Air Jiand, *"transmission network fault location observability with minimal PMU placement"*, IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 21, No. 3, pp. 1128-1136, july 2006.

[3] C. W. Liu and J. Thorp, "*Application of synchronized phasor measurements to real-time transient stability prediction*", Proc. Inst. Elect. Eng.,General Transmission Distribution, vol. 142, pp. 355-360, July 1995.

[4] T. T. Nguyen and V. L. Nguyen, "*Application of Wide-Area Network of Phasor Measurements for Secondary Voltage Control in Power Systems with FACTS Controllers*" , Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE.

[5] A.G., Phadke, "*Synchronized Phasor Measurements in Power Systems*", Computer Applications in Power, IEEE, pp. 10-15, 1993.

[6] T.L. Baldwin, L. Mili, M. B. Boisen, and R. Adapa, "*Power system observability with minimal phasor measurement placement*", IEEE Transaction on Power System, vol.8, no.2, pp. 707-715, May 1993.

[7] R.F Nuqui and A. G. Phadke, "*Phasor measurement unit placement techniques for complete and incomplete observability*", IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 20, no. 4, pp. 2381-2388, Oct. 2005.

[8] B. Milosevic and M. Begovic, "*Nondominated sorting genetic algorithm for optimal phasor measurement placement*", IEEE Transaction on Power System, vol.18, no. 1, pp. 69-75, Feb. 2003.

[9] Y. del Valle, G. K. Venayagamoorthy, S. Mohagheghi, J. C. Hernandez, and R. G. Harley, "*Particle Swarm optimization: basic concepts, variants and applications in power systems*", IEEE Transaction on Evolutionary computation, vol. 12, no.2, pp.171-195, Apr. 2008.

[10] Z. Zhao, "*Sensitivity Constrained PMU Placement Utilizing Multiple Methods*", Master of Science Thesis, Clemson University, pp. 1-69, May 2010.

[11] B. Gou, "*Optimal Placement of PMUs by Integer Linear Programming*", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 23, No.3, pp. 1525-1526, August 2008.

[12] E. Makram, Z. Zhao, A. Girgis, "*An Improved Model in Optimal PMU Placement Considering Sensitivity Analysis*", Power Systems Conference and Exposition (PSEC),pp. 1-6, 2011.

[13] D. Dua, S. Dambhare, R. Gajbhiye, S.A. Soman, "*Optimal Multistage Scheduling of PMU Placement: An ILP Approach*", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 23,NO. 4, pp. 1812-1820, October 2008.

[14] Z. Huang, B. Kasztenny, V. Madani, K. Martin, S. Meliopoulos, D. Novosel, J. Stenbakken, "*Performance evaluation of phasor measurement systems*," Power Energy Soc. Gen. Meeting, pp. 1-7, Jul. 2008.

[15] B. Xu, A. Abur, "*Observability Analysis and Measurement Placement for System with PMUs*", Power Systems Conference and Exposition, 2004, IEEE PES, vol. 2, pp. 943-946, 2004.

[16] J. Peng, Y. Sun, H.F., Wang, "*Optimal PMU placement for full network observability using Tabu search algorithm*", International Journal of Electrical Power and Energy Systems, vol. 28, pp. 223-231, 2006.

[17] Power Systems Test Case Archive, Available [online] at: http://www.ee.washington.rdu/research/pstca

رزومه



بهروز معرف در دزفول متولد شده است (۱۳۶۵). در سال ۱۳۸۷ در مقطع کارشناسی و در سال ۱۳۹۰ در مقطع کارشناسی‌ارشد مهندسی برق – قدرت با رتبه اول از دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول فارغ‌التحصیل شد. فعالیت‌های پژوهشی و علاقه‌مندی ایشان در زمینه ادوات FACTS، کیفیت توان، و بهره‌برداری از سیستم‌های قدرت است.



حسن براتی در دزفول متولد شده است (۱۳۴۸). تحصیلات دانشگاهی خود را در مقطع کارشناسی مهندسی برق- الکترونیک از دانشگاه صنعتی اصفهان(۱۳۷۱)، کارشناسی‌ارشد مهندسی برق- قدرت از دانشگاه تبریز(۱۳۷۵) و دکتری مهندسی برق-قدرت از دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات تهران(۱۳۸۷) سپری کرده است. فعالیت‌های

پژوهشی و علاقه‌مندی ایشان در زمینه ادوات FACTS، کیفیت تـوان، و بهره‌برداری از سیستم‌های قدرت است و در حال حاضر استادیار گروه برق دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول می‌باشد.



امیرحسین رحمـانی در سـال (۱۳۴۷) در اصـفهان متولـد شـد. مـدارک کارشناسـی و کارشناسی ارشد خود را در سالهای (۱۳۷۰) و (۱۳۷۴) بترتیب در رشـته‌هـای مهندسـی برق و کنترل از دانشگاه تهـران اخـذ نمـوده است. ایشان هم اکنـون دانشـجوی دکتـرای کنترل دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهـران و همچنـین عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول مـی‌باشـند. زمینـه تحقیقاتی ایشان تحلیل سیستم‌هـای کنتـرل و روشـهای بهینـه‌سـازی هوشمند می‌باشد.

زیرنویس‌ها

[1] Supervisory Control And Data Acquisition (SCADA)
[2] Wide-Area Monitoring, Protection and Control (WAMPC)
[3] Phasor Measurement Unit (PMU)
[4] Global Positioning System (GPS)
[5] Simulated Annealing (SA)
[6] Genetic Algorithm (GA)
[7] Particle Swarm Optimization (PSO)
[8] Binary Particle Swarm Optimization (BPSO)
[9] Integer Linear Programming (ILP)
[10] Bus Observability Index (BOI)
[11] System Observability Redundancy Index (SORI)
[12] zero injection bus

Downloaded from jeps.dezful.iau.ir at 19:25 +0330 on Thursday November 12th 2026