

## مکان‌یابی و تعیین تعداد بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازوری (PMU) جهت مشاهده‌پذیری سیستم‌های قدرت

پهروز معرف<sup>۱\*</sup>، حسن براتی<sup>۲</sup>، امیرحسین رحمانی<sup>۳</sup>

\*۱- کارشناس ارشد برق، دانشکده تحصیلات تکمیلی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، behrouz.moarref@yahoo.com

۲- استادیار، گروه برق، دانشکده تحصیلات تکمیلی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، barati216@gmail.com

۳- مربی، گروه برق، دانشکده تحصیلات تکمیلی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، a\_h\_rahmani@yahoo.com

**چکیده:** امروزه در شبکه‌های قدرت به دلایل مختلف از جمله خطی‌سازی معادلات تخمین حالت و بهبود سرعت سیستم‌های کنترلی و حفاظتی از واحدهای اندازه‌گیری فازوری (PMU) استفاده می‌شود. بهینه‌سازی تعداد و مکان این تجهیزات با توجه به قیمت بالای آن‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. عوامل تأثیرگذار در مکان و تعداد بهینه PMUها توپولوژی شبکه، شین‌های تزریق صفر و اندازه‌گیرهای معمول مورد استفاده در شبکه‌های قدرت می‌باشند. در این مقاله تابع هدفی براساس برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح (ILP) جهت تعیین تعداد و مکان بهینه‌ی PMUها به منظور مشاهده‌پذیری کامل سیستم قدرت ارائه خواهد شد. همچنین تأثیر شین‌های تزریق صفر و اندازه‌گیرهای معمول در سیستم‌های قدرت بر روی تابع هدف مورد بررسی قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار MATLAB بر روی شبکه‌های استاندارد ۹، ۱۴، ۳۰، ۳۹، ۵۷ و ۱۱۸ شینه IEEE انجام شده و در مطالعه شبکه ۱۴ شینه IEEE نحوه‌ی تشکیل پارامترهای تابع هدف مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که اعمال قيود مربوط به شین‌های تزریق صفر و همچنین قيود مربوط به سیستم SCADA در مسئله مکان‌یابی بهینه PMUها موجب کاهش تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری کامل سیستم قدرت می‌شود که باعث صرفه‌جویی در هزینه خواهد شد.

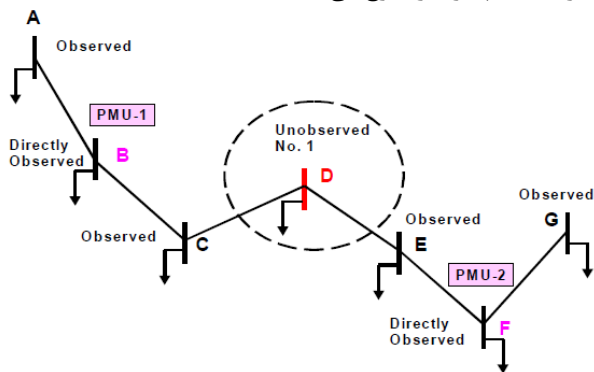
**واژه‌های کلیدی:** واحدهای اندازه‌گیری فازوری، مکان‌یابی بهینه، مشاهده‌پذیری سیستم قدرت

### ۱- مقدمه

صرف نظر می‌گردد، از طرف دیگر نرخ نمونه‌برداری در سیستم‌های اندازه‌گیری فوق چندان بالا نمی‌باشد (به علت محدودیت‌های فنی دستگاه‌ها یا عدم ظرفیت مخابراتی کافی). از این رو اطلاعات نمایش داده شده توسط سیستم SCADA در اصطلاح حالت پایدار یا در خوش بینانه‌ترین دیدگاه، حالت شبه پایدار سیستم قدرت را نمایش داده و در نتیجه بهره‌بردار سیستم در مرکز کنترل، دید کافی از شرایط دینامیکی موجود در سیستم نخواهد داشت. در کنار سیستم SCADA، سیستم دیگری به نام نمایش، حفاظت و کنترل گسترده سیستم (WAMPC) مطرح شده است که هدف آن جبران کاستی‌های موجود در سیستم SCADA می‌باشد.

عواملی همچون توسعه روزافزون تقاضای مصرف و گسترش پدیده تجدید ساختار موجب افزایش فشار روی خطوط انتقال شده و بنابراین سیستم‌های قدرت اغلب نزدیک به مرز ناپایداری خود کار می‌کنند. در چنین شرایطی استفاده از سیستم SCADA فعلی و زیر توابع آن به منظور اطمینان از عملکرد پایدار و مطمئن سیستم کافی به نظر نمی‌رسد. اندازه‌گیری‌های انجام شده در سیستم SCADA معمولاً همزمان نبوده و مقداری اختلاف زمانی بین آن‌ها وجود داشته که از آن

PMU نصب شده روی یک شین مشخص می‌تواند اندازه‌ی ولتاژ و زاویه فاز آن شین را اندازه‌گیری کند و همچنین می‌تواند فازور جریان تمام شاخه‌های متصل به آن شین را محاسبه کند. در نتیجه اندازه‌ی ولتاژ و زاویه فاز شین‌های متصل به شین مجهز شده به PMU نیز می‌تواند با استفاده از قوانین پایه‌ای برق (KVL, KCL) محاسبه شوند. بنابراین شین‌هایی که در آنها PMU نصب شده است دارای مشاهده‌پذیری مستقیم هستند و شین‌هایی که به شین دارای PMU متصل می‌باشند دارای مشاهده‌پذیری غیرمستقیم می‌باشند و شین‌هایی که ارتباطی با شین دارای PMU ندارند غیر مشاهده‌پذیر هستند. سیستم قدرت نمایش داده شده در شکل (۱) وضعیت شین‌ها از نظر مشاهده‌پذیری را شرح می‌دهد:



شکل (۱): نحوه مشاهده‌پذیری شین‌های شبکه توسط PMU

در شکل (۱)، شبکه دارای ۷ شین است که از A تا G نام‌گذاری شده‌اند. فرض می‌کنیم که دو PMU در شین‌های B و F قرار داده شده است، بنابراین شین‌های B و F مستقیماً مشاهده‌پذیر هستند. شین‌های A, C, E, و G به شین‌های B و F اتصال دارند، در نتیجه این شین‌ها غیرمستقیم مشاهده‌پذیر می‌باشند. شین D هیچگونه ارتباطی با شین‌های دارای PMU ندارد پس این شین غیرمشاهده‌پذیر خواهد بود و در نتیجه این سیستم مشاهده‌پذیر کامل نیست [۱۰]. یک سیستم قدرت مشاهده‌پذیر کامل به معنی این است که تمام شین‌ها در آن سیستم با یک طرح مکان‌یابی PMU به‌طور مستقیم یا غیرمستقیم مشاهده‌پذیر باشند.

### ۳- فرمول‌بندی مسئله مکان‌یابی PMU

برای پیدا کردن مکان بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازوری اطلاع از توپولوژی شبکه (نحوه اتصال شین‌ها و خطوط انتقال) و نوع شین‌ها کافی است. PMU نصب شده در یک شین قادر است فازور ولتاژ آن شین و همچنین فازور جریان کلیه شاخه‌هایی که به آن شین متصل هستند را محاسبه کند. لذا با وجود ماتریس ادیتمانس شبکه، می‌توان ولتاژ شین‌های مجاور را نیز به دست آورد و این از تعداد PMU‌های نصب شده می‌کاهد. از سوی دیگر مینیمم سازی تعداد PMU‌ها باید به‌اندازه‌ای باشد که هر شین حداقل یک بار مشاهده‌پذیر باشد.

جزء اصلی سیستم WAMPAC واحدهای اندازه‌گیری فازوری<sup>۲</sup> (PMU) می‌باشند که با پیشرفت تکنولوژی پردازش سیگنال برای اولین بار در اواسط دهه ۱۹۸۰ میلادی معرفی شدند. PMU قادر به اندازه‌گیری فازورهای ولتاژ و جریان با دقت بسیار بالا (کمتر از ۰.۱ درصد) و سرعت بسیار بالا (تا ۶۰ نمونه در ثانیه) می‌باشد و از سیستم موقعیت‌یابی جهانی<sup>۴</sup> (GPS) برای سنکرون‌سازی داده‌های اندازه‌گیری شده استفاده می‌کند.

چون PMU‌ها فازورهای ولتاژ و جریان تمام شاخه‌ها را هم‌زمان اندازه‌گیری می‌کنند لذا لازم نیست که در همه شین‌ها نصب شوند. بنابراین یکی از مسائل مهم پیدا کردن تعداد و مکان بهینه PMU‌ها با توجه به هدف و کاربرد آن‌ها می‌باشد. اولین و اساسی‌ترین شرطی که PMU‌های نصب شده باید داشته باشند این است که متغیرهای حالت شبکه مشاهده‌پذیر گردند. علاوه بر مشاهده‌پذیری و تخمین حالت از داده‌های PMU برای پیدا کردن محل وقوع خطا در خطوط انتقال [۲]، بررسی زمان واقعی پایداری گذرای سیستم قدرت [۳]، حفاظت در سطح وسیع، رله گذاری تطبیقی، پایش حرارتی خطوط انتقال و پایداری ولتاژ استفاده می‌شود [۴ و ۵].

تاکنون چندین طرح برای مکان‌یابی بهینه PMU‌ها پیشنهاد شده است. در مراجع [۶ و ۷]، از روش آبرکاری فلزات<sup>۵</sup> برای پیدا کردن مکان بهینه PMU‌ها استفاده شده است. این روش به حدس اولیه و تصادفی برای جواب نیاز دارد، حجم محاسبات این روش سنگین است و جواب بهینه کلی را نتیجه نمی‌دهد. در مرجع [۸] از الگوریتم ژنتیک<sup>۶</sup> (GA) به منظور پیدا کردن مکان بهینه PMU استفاده شده است. مزیت الگوریتم ژنتیک این است که جواب‌های متعددی برای شرکت‌های برق تولید می‌کند که این شرکت‌ها می‌توانند قدرت انتخاب بیشتری داشته باشند. روش بهینه‌سازی دسته ذرات<sup>۷</sup> (PSO) و بهینه‌سازی دسته ذرات دودویی<sup>۸</sup> (BPSO) از دیگر روش‌هایی بوده که برای حل مسأله مورد توجه محققین قرار گرفته است [۹ و ۱۰].

در این مقاله بحث مکان‌یابی PMU با شرایط حداقل تعداد آن‌ها و مشاهده‌پذیری شبکه بر اساس روش برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح<sup>۹</sup> (ILP) انجام گرفته و تأثیر پست‌های کلیدزنی و اندازه‌گیرهای معمول مورد استفاده در سیستم‌های قدرت بر روی تابع هدف به‌صورت روابط کاملاً خطی شده اعمال شده است. همچنین در این مقاله مدلی برای بدست آوردن تمام مجموعه جواب‌های مسئله مکان‌یابی PMU با استفاده از روش ILP پیشنهاد خواهد شد.

### ۲- مشاهده‌پذیری سیستم قدرت توسط PMU

به طور کلی مشاهده‌پذیری سیستم قدرت به معنی محاسبه متغیرهای شبکه به منظور تخمین حالت سیستم می‌باشد و در صورتی که داده‌های مورد نیاز برای تخمین حالت موجود نباشد، شبکه مشاهده‌پذیر نخواهد بود. متغیرهای شبکه معمولاً فازور ولتاژ شین‌ها تلقی می‌شوند.

### ۳-۱- فرمول‌بندی مسئله مکان‌یابی PMU در حالت عادی

برای سیستم  $n$  شینه مسئله مکان‌یابی بهینه با رابطه (۱) بیان می‌شود [۱۱]:

$$\min \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i \quad (1)$$

$$s.t. \quad y = Ax \geq b$$

که در آن  $n$  تعداد شین‌های سیستم،  $w$  ماتریس هزینه PMU‌های نصب شده و یا ماتریس وزنی شین‌ها که بر حسب اهمیت هر شین می‌توان تغییر کند و معمولاً برابر با ماتریس واحد  $n \times n$  در نظر گرفته می‌شود و  $x$ ،  $A$  و  $b$  بصورت زیر تعریف می‌شوند.

$$A_{n \times n}(i, j) = \begin{cases} 1 & i=j \\ 1 & \text{if buses } i \text{ and } j \text{ are connected} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{n \times 1}(i) = \begin{cases} 1 & \text{if PMU installed in bus } i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$b_{n \times 1} = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 1]^T$$

نامعادله تابع (۱) جهت مشاهده‌پذیری کامل سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد. سطر  $i$ ام ماتریس  $Ax$  عبارت است از تعداد دفعات مشاهده‌پذیری شین  $i$ ام که باید حداقل یک باشد.

برای مثال مشاهده‌پذیری سیستم ۱۴ شینه IEEE که در شکل (۲) نشان داده شده است بررسی می‌شود.  $x_i$  یک متغیر باینری و متناظر با شین  $i$  است. متغیر  $x_i$  اگر PMU در شین  $i$  نصب شده باشد یک و در غیر این صورت صفر خواهد بود. پس مسئله مکان‌یابی PMU برای سیستم ۱۴ شینه IEEE به صورت رابطه (۲) فرمول‌بندی می‌شود:

$$\text{Objective : } \min \sum_{i=1}^{14} w_i \cdot x_i$$

Subject to :

$$\text{Bus -1: } x_1 + x_2 + x_5 \geq 1$$

$$\text{Bus -2: } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 1$$

$$\text{Bus -3: } x_2 + x_3 + x_4 \geq 1$$

$$\text{Bus -4: } x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 \geq 1$$

$$\text{Bus -5: } x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 1$$

$$\text{Bus -6: } x_5 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 1 \quad (2)$$

$$\text{Bus -7: } x_4 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 1$$

$$\text{Bus -8: } x_7 + x_8 \geq 1$$

$$\text{Bus -9: } x_4 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{14} \geq 1$$

$$\text{Bus -10: } x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 1$$

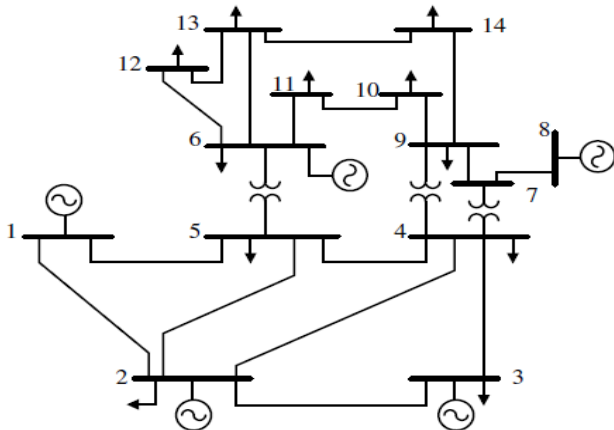
$$\text{Bus -11: } x_6 + x_{10} + x_{11} \geq 1$$

$$\text{Bus -12: } x_6 + x_{12} + x_{13} \geq 1$$

$$\text{Bus -13: } x_6 + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1$$

$$\text{Bus -14: } x_9 + x_{13} + x_{14} \geq 1$$

در معادلات بالا اپراتور + به جای اپراتور منطقی OR بکار رفته است. عدد ۱ در طرف راست نامعادله‌ها بیانگر این مطلب است که هر شین باید توسط حداقل یک PMU مشاهده‌پذیر باشد. به عنوان مثال قید مربوط به  $BUS-1$  به این معنی است که برای مشاهده‌پذیری شین یک باید حداقل یک PMU در شین یک یا دو یا پنج نصب باشد. به همین ترتیب برای مشاهده‌پذیری شین ۸ باید حداقل یک PMU در یکی از شین‌های هفت یا هشت (یا هر دو) نصب باشد.



شکل (۲). شبکه ۱۴ شینه IEEE

حال اگر روابط بالا را به صورت ماتریسی مرتب کنیم، داریم:

$$\min \sum_{i=1}^{14} w_i \cdot x_i$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ماتریس  $A$  را به‌طور مستقیم می‌توان توسط باینری کردن ماتریس ادمیتانس شبکه بدست آورد و  $w$  که ماتریس وزنی شین‌ها می‌باشد، در صورتی که تمام شین‌ها از نظر ارزش مشابه در نظر گرفته شود،  $w$  را می‌توان به‌صورت یک ماتریس همانی  $(I)_{n \times n}$  نوشت.

با حل مسئله ۱۴ شینه IEEE نمونه با استفاده از دستور bintprog نرم‌افزار MATLAB جواب بهینه به صورت  $x=[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]$

در نتیجه می توان مسئله مکان یابی بهینه واحدهای اندازه گیری فازوری را به منظور بدست آوردن مجموعه کامل جواب ها به صورت رابطه (۸) فرمول بندی کرد.

که ماتریس  $A$  و بردار  $b$  در هر تکرار اصلاح خواهند شد. اگر تعداد PMU ها از تعداد  $m$  که تعداد بهینه ی PMU ها می باشد و در تکرار اول بدست آمده است، تخطی کرد، تکرار متوقف خواهد شد.

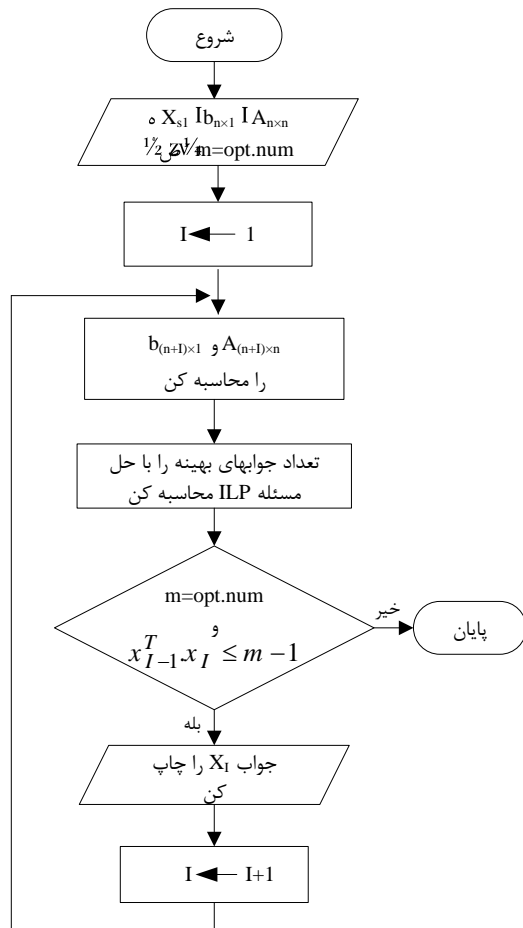
$$\min \sum_{i=1}^n w_i x_i$$

$$\text{Subject to : } A_{(n+w) \times n} X_{n \times 1} \geq b_{(n+w) \times 1} \quad (8)$$

$$X_{n \times 1} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]^T$$

$$x_i \in \{0,1\}$$

فلوچارت فرآیند یافتن تمام مجموعه جواب ها در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل (۳) - چارت پیمایش مجموعه جواب های مسئله مکان یابی بهینه PMU

### ۳-۱-۲- مقایسه مجموعه جواب های مسئله مکان یابی بهینه PMU

با توجه به این موضوع که مسئله مکان یابی بهینه PMU ها ممکن است که دارای چندین جواب بهینه با هزینه های مشابه باشد، در این

تعداد بهینه ی PMU ها به منظور مشاهده پذیری کامل شبکه ۴ تا می باشد که باید در شین های ۲، ۶، ۷ و ۹ نصب شوند.

### ۳-۱-۱- مجموعه جواب های مسئله مکان یابی PMU

یک شرکت برق ممکن است که مشکلات زیادی در طول فرآیند اجرای نصب PMU ها مانند عدم وجود امکانات ارتباطی یا مخابراتی، نقل و انتقال محدود PMU و یا نامناسب بودن محل نصب PMU داشته باشد. همچنین، یک طرح مکان یابی منحصر به فرد نیاز شرکت های برق را برآورده نمی کند. در نتیجه تأمین شرکت های برق با یک مجموعه ی کامل از جواب ها با حداقل تعداد PMU به منظور دستیابی به یک انتخاب انعطاف پذیر ضروری به نظر می رسد.

فرض می شود که برای یک شبکه قدرت با تعداد شین مشخص  $(n)$ ،  $X_{s1} = [x_{s1,1} \quad x_{s1,2} \quad \dots \quad x_{s1,n}]^T$  یک جواب بهینه برای مسئله مکان یابی PMU و  $m$  تعداد بهینه PMU های مورد نیاز باشد. به منظور به دست آوردن سایر جواب های بهینه مسئله مکان یابی PMU و همچنین اجتناب از تکرار جواب های مشابه، ماتریس  $A_{n \times n}$  و بردار  $b_{n \times 1}$  به صورت روابط (۴) و (۵) اصلاح می شوند [۱۲].

$$A_{(n+1) \times n} = \begin{bmatrix} A_{n \times n} & & & \\ -x_{s1,1} & -x_{s1,2} & \dots & -x_{s1,n} \end{bmatrix}_{(n+1) \times n} \quad (4)$$

$$b_{(n+1) \times 1} = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1 \quad -(m-1)]_{1 \times (n+1)}^T \quad (5)$$

اصلاح ماتریس ها بر پایه ی این موضوع انجام می شود که اگر  $X_{s2}$  یک جواب بهینه متفاوت با  $X_{s1}$  باشد باید قید  $X_{s1}^T X_{s2} \leq (m-1)$  ارضا شود. اگر  $X_{s2}$  جوابی مشابه با  $X_{s1}$  باشد،  $X_{s1}^T X_{s2} = m$  خواهد بود. با ضرب کردن ۱- در دو طرف نامساوی نتیجه می شود که  $(-X_{s1})^T X_{s2} \geq -(m-1)$ .

اگر تعداد کل جواب های بهینه مسئله مکان یابی  $w$  فرض شود و جواب مسئله در دسترس باشد، ماتریس  $A_{n \times n}$  و بردار  $b_{n \times 1}$  به صورت روابط (۶) و (۷) اصلاح خواهند شد.

$$A_{(n+w) \times n} = \begin{bmatrix} A_{n \times n} & & & \\ -x_{s1,1} & -x_{s1,2} & \dots & -x_{s1,n} \\ -x_{s2,1} & -x_{s2,2} & \dots & -x_{s2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -x_{sw,1} & -x_{sw,2} & \dots & -x_{sw,n} \end{bmatrix}_{(n+w) \times n} \quad (6)$$

$$b_{(n+w) \times 1} = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1 \quad -(m-1) \quad \dots \quad -(m-1) \quad -(m-1)]_{1 \times (n+w)}^T \quad (7)$$



Objective :  $\min x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{14}$

Subject to :

Bus -1:  $x_1 + x_2 + x_5 \geq 1$

Bus -2:  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 1$

Bus -3:  $x_2 + x_3 + x_4 \geq 1$

Bus -4:  $x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 \geq u_4$

Bus -5:  $x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 1$

Bus -6:  $x_5 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 1$

Bus -7:  $x_4 + x_7 + x_8 + x_9 \geq u_7$

Bus -8:  $x_7 + x_8 \geq u_8$

Bus -9:  $x_4 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{14} \geq u_9$

Bus -10:  $x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 1$

Bus -11:  $x_6 + x_{10} + x_{11} \geq 1$

Bus -12:  $x_6 + x_{12} + x_{13} \geq 1$

Bus -13:  $x_6 + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1$

Bus -14:  $x_9 + x_{13} + x_{14} \geq 1$

Zero injection :  $u_4 + u_7 + u_8 + u_9 \geq 3$

Objective :  $\min \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i$

Subject to :

$Ax \geq u$

and

$u_j = 1 \quad \forall j \notin B_1 \cup B_2 \dots \cup B_z$

and

$\sum_{k \in B_i} u_k \geq |A_i| \quad \forall i \in Z$

or

$a_i u \geq |A_i|$

که  $|A_i|$  اندازه‌ی مجموعه  $A_i$  و  $Z$  نشان دهنده مجموعه شین‌های تزریق صفر می‌باشد.  $a_i$  نشان دهنده‌ی ردیف نام است، به عبارت دیگر ردیف متناظر با شین‌های تزریق صفر در ماتریس اتصالات باینری ( $A$ ) را نشان می‌دهد. قید دوم رابطه‌ی (۱۲) تضمین کننده‌ی این موضوع است که شین‌هایی که به شین تزریق صفر مرتبط نیستند حتماً مشاهده‌پذیر می‌شوند.

### ۳-۳- مکان‌یابی بهینه PMU با حضور ادوات

#### اندازه‌گیر معمول در سیستم قدرت

برخی از شرکت‌های برق به دلیل قیمت بالای PMUها قادر به نصب PMU به تعداد کافی در یک مدت زمان کوتاه نمی‌باشند لذا ضمن استفاده از سیستم SCADA، به تدریج و طی چندین سال اقدام به نصب PMU در شبکه می‌کنند. بر این اساس لازم است تأثیر سیستم SCADA در تعداد و مکان بهینه‌ی PMUها مورد بررسی قرار گیرد.

بنابراین با دانستن پارامترهای خط، ولتاژ در شین ۴ به صورت رابطه (۹) محاسبه می‌شود:

$V_4 = V_2 - I_{12}Z_{24}$  (۹)

بنابراین نیاز به نصب یک PMU جداگانه در شین ۴ سیستم شکل (ب-۵) نمی‌باشد. در نتیجه، بررسی شین‌های تزریق صفر به کاهش تعداد کل PMUهای مورد نیاز جهت مشاهده‌پذیری کامل سیستم کمک می‌کند.

(۱۱) مدل‌سازی قیود شین‌های تزریق صفر به خاطر غیرخطی بودن این قیود یک مشکل در مسئله مکان‌یابی بهینه‌ی PMU به‌شمار می‌رود که این افزایش پیچیدگی، مسئله بهینه‌سازی را ناپویسته می‌کند. در این مقاله مدل‌سازی شین‌های تزریق صفر در مسئله مکان‌یابی بهینه PMU با استفاده از قیود خطی انجام شده است، به این معنا که مسئله مکان‌یابی بهینه‌ی PMU با در نظر گرفتن شین‌های تزریق صفر توسط حل‌کننده‌های مسئله ILP استاندارد حل شده است. برای این حالت یک متغیر جدید به نام  $u_i$  که به منظور تأیید مشاهده‌پذیری شین  $i$  می‌باشد تعریف می‌شود. اگر  $u_i = 1$  باشد به معنی این است که شین  $i$  مشاهده‌پذیر است و  $u_i = 0$  به معنی عدم مشاهده‌پذیری شین  $i$  می‌باشد. مجموعه شین‌هایی که به شین تزریق صفر متصل هستند،  $A_i$  نام‌گذاری می‌شود و مجموعه  $A_i$  به همراه خود شین تزریق صفر را  $B_i$  می‌نامیم  $B_i = A_i \cup \{i\}$ .

برای فهم بهتر تأثیر شین تزریق صفر در مسئله مکان‌یابی، سیستم ۱۴ شینه IEEE شکل (۲) بررسی خواهد شد که شین ۷ یک شین تزریق صفر می‌باشد. بنابراین  $A_7 = \{4, 8, 9\}$  و  $B_7 = \{4, 7, 8, 9\}$  خواهد بود. قید اضافی در مدل‌سازی شین تزریق صفر در محیط ILP به صورت نامساوی رابطه (۱۰) خواهد شد:

$u_4 + u_7 + u_8 + u_9 \geq 3$  (۱۰)

قید بالا به این معنی است که از ۴ شین ۴، ۷، ۸ و ۹ در نهایت باید ۳ شین مشاهده‌پذیر باشند. بنابراین فرمول‌بندی ILP برای سیستم ۱۴ شینه IEEE متشکل از قید شین تزریق صفر به صورت رابطه (۱۱) اصلاح می‌شود [۱۳].

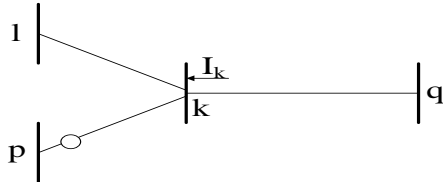
با حل مسئله ILP رابطه (۱۱)، شین‌های ۲، ۶ و ۹ برای نصب PMU انتخاب می‌شوند. بنابراین با مدل کردن قیود شین تزریق صفر، سیستم فقط با سه PMU مشاهده‌پذیر کامل خواهد شد. در نتیجه حداقل تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری سیستم یکی کاهش یافته است.

یک فرمول‌بندی کامل برای مکان‌یابی بهینه‌ی PMU با در نظر گرفتن شین‌های تزریق صفر سیستم در محیط ILP در رابطه (۱۲) ارائه شده است [۱۳].

صفر در شبکه است. در نتیجه قیود مربوط به اندازه‌گیر تزریق توان و شین تزریق صفر کاملاً مشابه می‌باشد.

### ج) ترکیب اندازه‌گیر پخش توان و تزریق توان

فرض می‌شود که در بخشی از یک سیستم قدرت مطابق شکل زیر ترکیبی از اندازه‌گیرها وجود داشته باشد (یک اندازه‌گیر پخش توان در خط  $p-k$  و یک اندازه‌گیر تزریقی در شین  $k$ ).



مطابق با دو حالت بیان شده در قسمت (الف) و (ب) دو نامساوی

(۱۵) و (۱۶) وجود خواهد داشت:

$$y_p + y_k \geq 1 \quad (15)$$

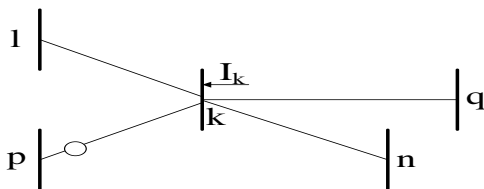
$$y_l + y_p + y_k + y_q \geq 3 \quad (16)$$

به منظور ارضای نامساوی اول که  $y_p + y_k \geq 1$  می‌باشد، نامساوی اول از نامساوی دوم که مربوط به اندازه‌گیر تزریقی است کم می‌شود.

$$y_l + y_p + y_k + y_q - y_p - y_k \geq 3 - 1 \quad (17)$$

باید توجه داشت که سمت راست نامساوی یک واحد دیگر به‌خاطر تزریق  $I_k$  کاهش می‌یابد، در نتیجه نامساوی دوم  $y_l + y_q \geq 1$  خواهد شد.

به‌طور مشابه برای شکل زیر که بخشی از یک سیستم قدرت می‌باشد دارای ترکیب اندازه‌گیرهای پخش توان و تزریقی است، قیود اعمالی به سیستم به‌صورت نامساوی‌های رابطه (۱۸) خواهد شد:



$$y_p + y_k \geq 1 \quad (18)$$

$$y_q + y_n + y_l \geq 2$$

### د) اندازه‌گیر ولتاژ

اگر یک اندازه‌گیر ولتاژ در شین  $i$ ام وجود داشته باشد فقط ولتاژ آن شین مشاهده‌پذیر می‌شود، لذا مقدار درایه  $ii$ ام در ماتریس  $A$  برابر با صفر می‌شود:

$$A_{ii} = 0 \quad (19)$$

اگر شین  $s$  به هیچ یک از اندازه‌گیرهای معمول مرتبط نباشد، مطابق با قیود مسئله کمینه‌سازی که در قسمت ۱-۳ بیان شد، قید مربوط به این شین به صورت  $y_s \geq 1$  حفظ خواهد شد.

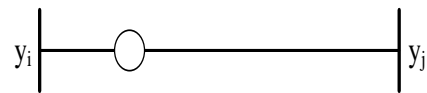
اندازه‌گیرهای تزریقی، پخش توان و ولتاژ از جمله اندازه‌گیرهایی هستند که در سیستم‌های قدرت مورد استفاده قرار می‌گیرند و در صورت وجود اندازه‌گیرهای مذکور نامعادلات مربوط به مکان‌یابی پایه‌ای تحت تأثیر قرار می‌گیرد.

در این مقاله برای مدل‌سازی اندازه‌گیرهای مرسوم در سیستم قدرت یک فرمول‌بندی مشابه مسئله مکان‌یابی بهینه PMU توسط برنامه‌ریزی خطی اعداد صحیح (ILP) بیان شده است.

برای مدل‌سازی اندازه‌گیرهای مرسوم در مسئله مکان‌یابی بهینه‌ی PMU یک بردار به‌صورت  $Y = A \cdot X$  تعریف می‌شود که  $A$  همان ماتریس اتصالات باینری که در رابطه (۱) معرفی شد می‌باشد. عنصر  $y_i = A_{ij} \cdot x_j$  از بردار  $Y$ ، قید مربوط به شین  $i$  است که  $A_{ij}$  ردیف  $i$ ام از ماتریس  $A$  و  $x_j$  عنصر  $j$ ام از بردار  $X$  می‌باشد. برای هر یک از اندازه‌گیرهای پخش توان، توان تزریقی و ولتاژ، شین‌های مرتبط با این اندازه‌گیرها می‌توانند مشاهده‌پذیر شوند. به‌عبارت دیگر، برای هر یک از اندازه‌گیرهای پخش توان یا تزریقی، عناصری از  $Y$  که مطابق با شین‌های مرتبط با این اندازه‌گیرها می‌باشد صفر خواهد شد. برای توضیح جزئیات در زیر ۴ حالت بررسی شده است [۱۵ و ۱۴].

### الف) اندازه‌گیر پخش توان

اگر یک اندازه‌گیر پخش توان در خط  $i-j$  قرار گیرد، آنگاه با مشاهده پذیر بودن یک شین، دیگری نیز مشاهده‌پذیر می‌شود. لذا می‌توان نوشت:

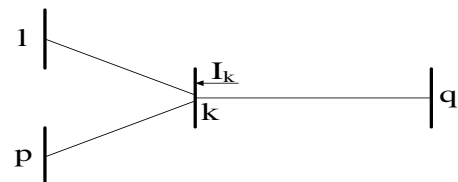


$$y_i + y_j \geq 1 \quad (13)$$

به‌عبارت دیگر سطر  $i$  و  $j$  از ماتریس  $A$  حذف می‌شود و معادله فوق جایگزین آن می‌گردد. که به‌معنی این است که مشاهده‌پذیری شین‌های  $i$  و  $j$  توسط این اندازه‌گیر انجام می‌شود و مشاهده‌پذیری سایر شین‌های شبکه باید توسط مکان‌یابی بهینه‌ی PMU پوشش داده شود.

### ب) اندازه‌گیر تزریق توان

با در نظر گرفتن یک اندازه‌گیر تزریقی در شین  $k$ ام، آنگاه یک واحد از قیود مشاهده‌پذیری کاسته می‌شود.



$$y_l + y_p + y_k + y_q \geq 3 \quad (14)$$

لازم به ذکر است که مدل کردن اندازه‌گیر تزریق توان در مسئله مکان‌یابی بهینه‌ی PMU معادل (همانند) با مدل کردن شین تزریق

مجموعه جواب‌های مسئله مکان‌یابی بهینه برای شبکه ۱۴ شینه IEEE که در شکل (۲) نشان داده شده است و دارای ۱۴ شین و ۲۰ خط انتقال می‌باشد در جدول (۱) آورده شده است.

جدول (۱): مجموعه جواب‌های مسئله مکان‌یابی PMU برای سیستم استاندارد ۱۴ شینه IEEE

شبکه	تعداد جواب‌ها	تعداد PMUهای مورد نیاز	ردیف جواب	مکان PMUها
۱۴ شینه IEEE	۵	۴	۱	۹، ۷، ۶، ۲
			۲	۹، ۸، ۶، ۲
			۳	۱۳، ۱۰، ۷، ۲
			۴	۱۳، ۱۱، ۷، ۲
			۵	۱۳، ۱۰، ۸، ۲

جدول (۲) شاخص مشخص مشاهده‌پذیری شین (BOI) و شاخص مشاهده‌پذیری سیستم (SORI) را برای مجموعه جواب‌های شبکه ۱۴ شینه IEEE که در جدول (۱) آورده شده‌اند را نشان می‌دهد.

جدول (۲): محاسبه BOI و SORI برای مجموعه جواب‌های شبکه ۱۴ شینه IEEE

شماره شین	ردیف جواب				
	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۱	۱	۱	۱	۱
۲	۱	۱	۱	۱	۱
۳	۱	۱	۱	۱	۱
۴	۳	۲	۲	۲	۱
۵	۲	۲	۱	۱	۱
۶	۱	۱	۱	۲	۱
۷	۲	۲	۱	۱	۱
۸	۱	۱	۱	۱	۱
۹	۲	۱	۲	۱	۱
۱۰	۱	۱	۱	۱	۱
۱۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱۲	۱	۱	۱	۱	۱
۱۳	۱	۱	۱	۱	۱
۱۴	۱	۱	۱	۱	۱
	SORI	۱۹	۱۷	۱۶	۱۶

با توجه به مجموعه جواب‌های بدست آمده برای سیستم ۱۴ شینه استاندارد IEEE و مقایسه‌ی این مجموعه جواب‌ها از نظر BOI و SORI، روشن است که مجموعه جواب شماره یک به دلیل اینکه دارای مقدار SORI بالاتری می‌باشد، قابلیت اعتماد بالاتری در مشاهده‌پذیری شبکه دارد، ولی اگر به هر دلیل شرکت برق قادر به نصب PMUها در مجموعه جواب شماره یک نباشد (که مهمترین آن می‌تواند عدم وجود امکانات مخابراتی و ارتباطاتی در بعضی از شین‌های

بر اساس ۴ مورد گفته شده در قسمت ۳-۳، اگر ابتدا شین‌های مرتبط با اندازه‌گیرهای مرسوم و سپس قیود اندازه‌گیرهای معمول بررسی شود، روابط به صورت رابطه (۲۰) خواهد شد [۱۱]:

$$\begin{bmatrix} I_{M \times M} & 0 \\ 0 & A_{meas} \end{bmatrix} (PY) = A_{con} PY = A_{con} PAX \geq b_{con} \quad (20)$$

که بردار  $b_{con}$  نمایشی از ماتریس  $b$  در رابطه (۱) بوده که با شرایط مطرح شده در معادلات (۱۳)، (۱۴) و (۱۸) بدست خواهد آمد. همچنین ماتریس  $P$ ، ماتریس ترتیب حضور شین‌هاست که نحوه آرایش شین‌ها را در ماتریس  $A_{con}$  نمایش می‌دهد. ماتریس  $A_{con}$ ، ماتریس مربوط به حضور ادوات اندازه‌گیر بوده که در این ماتریس،  $M$  تعداد شین‌های غیرمرتبط به اندازه‌گیرهای معمول نصب شده در شبکه است. ماتریس  $A_{meas}$ ، که درایه‌های آن شامل اعداد صفر و یک بوده و با استفاده از روابط (۱۳)، (۱۴) و (۱۸) بیان می‌شود، بیانی از ترتیب بنابراین هنگامی که اندازه‌گیرهای مرسوم در سیستم قدرت بررسی می‌شوند، مسئله مکان‌یابی بهینه PMU می‌تواند به صورت مسئله خطی عدد صحیح (ILP) مانند رابطه (۲۱) مدل شود [۱۱]:

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^n w_i x_i \\ \text{subject to : } A_{con} . P . A . X \geq b_{con} \\ X_{n \times 1} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]^T \\ x_i \in \{0,1\} \end{aligned} \quad (21)$$

#### ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش به منظور ارزیابی توانایی فرمول‌بندی ارائه شده، تعداد و محل نصب بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازوری برای شبکه‌های استاندارد ۹، ۱۴، ۳۰، ۳۹، ۵۷ و ۱۱۸ شینه IEEE برای تأمین سه هدف مختلف به شرح زیر بدست آمده است:

حالت (۱) مشاهده‌پذیری کامل شبکه در حالت عادی.

حالت (۲) مشاهده‌پذیری کامل شبکه با در نظر گرفتن شین‌های تزریق صفر.

حالت (۳) مشاهده‌پذیری کامل شبکه با در نظر گرفتن سیستم SCADA

شایان ذکر است که به منظور حل هر مسئله برای هر شبکه، برنامه‌ای در نرم‌افزار MATLAB نوشته شده و از حل‌کننده‌ی bintprog این نرم‌افزار استفاده شده است. دلیل انتخاب این حل‌کننده‌ی خاص نیز قابلیت بالای آن در یافتن پاسخ بهینه مسائل ILP با متغیر دودویی در کمترین زمان ممکن است.

#### حالت (۱) مشاهده‌پذیری کامل شبکه در حالت عادی

برای این حالت، با توجه به فرمول‌بندی مسئله مکان‌یابی بهینه PMU که در روابط (۱)–(۸) بیان شد و فلوچارت ارائه شده در شکل (۳)،

بررسی شين تزریق صفر و بدون بررسی شين تزریق صفر نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که با بررسی شين تزریق صفر از تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری شبکه کاسته می‌شود. در نتیجه از آنجایی که PMUها تجهیزات گران قیمتی هستند، بررسی این نوع شين‌ها در مسئله مکان‌یابی موجب صرفه‌جویی در هزینه خواهد شد.

مجموعه جواب یک باشد)، می‌تواند از سایر مجموعه جواب‌ها که در رتبه‌بندی SORI دارای مقدار بالاتری است استفاده نماید. در جدول (۳) برای سایر شبکه‌های مورد مطالعه تعداد بهینه PMUها و مجموعه جوابی که دارای بالاترین مقدار SORI می‌باشد در هر شبکه نمایش داده شده است.

جدول (۳): مکان‌یابی بهینه PMU در شبکه‌های مورد مطالعه

شبکه	تعداد PMUها	مکان PMUها	SORI
۹ شینه IEEE	۳	۸، ۶، ۴	۱۲
۱۴ شینه IEEE	۴	۹، ۷، ۶، ۲	۱۹
۳۰ شینه IEEE	۱۰	۲۷، ۲۵، ۱۸، ۱۵، ۱۲، ۱۰، ۹، ۶، ۴، ۲	۵۲
۳۹ شینه IEEE	۱۳	۲۳، ۲۲، ۲۰، ۱۹، ۱۷، ۱۴، ۱۳، ۱۰، ۹، ۶، ۴، ۲، ۲۹، ۲۵	۵۲
۵۷ شینه IEEE	۱۷	۳۲، ۲۹، ۲۷، ۲۵، ۲۲، ۱۹، ۱۵، ۱۳، ۱۰، ۹، ۶، ۴، ۱، ۵۴، ۵۱، ۴۶، ۴۱، ۳۹، ۳۸، ۳۶	۷۱
۱۱۸ شینه IEEE	۳۲	۳۷، ۳۴، ۲۸، ۲۵، ۲۱، ۱۷، ۱۲، ۱۱، ۹، ۵، ۳، ۰، ۴۵، ۴۵، ۴۰، ۳۳، ۳۶، ۳۲، ۲۶، ۲۴، ۲۴، ۲۱، ۱۱، ۷، ۴، ۰، ۲۲، ۷۱، ۶۸، ۶۴، ۶۲، ۵۶، ۵۳، ۴۹، ۴۵، ۴۰، ۱۰، ۵، ۱۰، ۱، ۹۴، ۹۰، ۸۶، ۸۵، ۸۰، ۷۷، ۷۵، ۱۱۴، ۱۱۰	۱۶۰

جدول (۵): مکان‌یابی PMU در شبکه‌های مورد مطالعه با در نظر گرفتن شين تزریق صفر

شبکه	تعداد PMUها	مکان PMUها
۹ شینه IEEE	۲	۷، ۴
۱۴ شینه IEEE	۳	۹، ۶، ۲
۳۰ شینه IEEE	۷	۲۷، ۲۳، ۱۸، ۱۲، ۱۰، ۵، ۱
۳۹ شینه IEEE	۹	۳۹، ۳۷، ۳۴، ۲۹، ۲۳، ۱۶، ۱۳، ۶، ۳
۵۷ شینه IEEE	۱۴	۵۶، ۵۳، ۵۰، ۴۷، ۳۸، ۳۶، ۳۲، ۲۸، ۲۷، ۲۵، ۲۰، ۹، ۴، ۱
۱۱۸ شینه IEEE	۲۹	۴۹، ۴۵، ۴۰، ۳۴، ۲۸، ۲۳، ۲۰، ۱۷، ۱۵، ۱۲، ۱۰، ۵، ۲، ۰، ۵۲، ۵۶، ۶۲، ۶۵، ۷۱، ۷۵، ۷۷، ۸۰، ۸۵، ۸۶، ۹۰، ۹۴، ۱۱۴، ۱۱۰، ۱۰۵، ۱۰۱

حالت (۲) مشاهده‌پذیری کامل شبکه با در نظر گرفتن شين‌های تزریق صفر

در جدول (۴) مشخصات شين‌های تزریق صفر شبکه‌های مورد مطالعه موجود می‌باشد، اطلاعات مربوط به این شبکه‌ها از مرجع [۱۷] استخراج شده است.

جدول (۶): مقایسه تعداد PMUهای مورد نیاز با و بدون بررسی شين تزریق صفر برای شبکه‌های مورد مطالعه

شبکه	تعداد PMUها بدون بررسی شين تزریق صفر	تعداد PMUها با بررسی شين تزریق صفر
۹ شینه IEEE	۳	۲
۱۴ شینه IEEE	۴	۳
۳۰ شینه IEEE	۱۰	۷
۳۹ شینه IEEE	۱۳	۹
۵۷ شینه IEEE	۱۷	۱۴
۱۱۸ شینه IEEE	۳۲	۲۹

جدول (۴): اطلاعات شين تزریق صفر برای شبکه‌های مورد مطالعه

شبکه	تعداد شين تزریق صفر	مکان شين تزریق صفر
۹ شینه IEEE	۳	۸، ۶، ۴
۱۴ شینه IEEE	۱	۷
۳۰ شینه IEEE	۵	۲۹، ۲۵، ۱۱، ۹، ۶
۳۹ شینه IEEE	۱۲	۲۲، ۱۹، ۱۷، ۱۴، ۱۳، ۱۱، ۱۰، ۹، ۶، ۵، ۲، ۱
۵۷ شینه IEEE	۱۵	۴۰، ۳۹، ۳۷، ۳۶، ۳۴، ۲۶، ۲۴، ۲۲، ۲۱، ۱۱، ۷، ۴، ۰، ۴۸، ۴۶، ۴۵
۱۱۸ شینه IEEE	۱۰	۸۱، ۷۱، ۶۷، ۶۴، ۶۳، ۳۸، ۳۷، ۳۰، ۹، ۵

جدول (۷) مقایسه نتایج روش پیشنهاد شده در این مقاله و نتایج موجود در مراجع دیگر را برای مسئله مکان‌یابی بهینه PMU با در نظر گرفتن قیود مربوط به شين‌های تزریق صفر نشان می‌دهد. نتایج نشان‌دهنده‌ی عملکرد مناسب روش پیشنهادی در شبکه‌های مختلف می‌باشد.

جدول (۵) نتایج شبیه‌سازی مکان‌یابی PMUها را با در نظر گرفتن شين تزریق صفر نشان می‌دهد و جدول (۶) مقایسه‌ای میان تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری کامل سیستم قدرت با

جدول (۹): مکان یابی بهینه PMU در حالات مختلف برای سیستم

شینه IEEE ۱۴			
مکان PMUها	تعداد PMUها	حالت	شبکه
۹، ۷، ۶، ۲	۴	بدون در نظر گرفتن شین تزریق صفر	شینه ۱۴ IEEE
۹، ۶، ۲	۳	با در نظر گرفتن شین تزریق صفر	
۹، ۶	۲	با در نظر گرفتن شین تزریق صفر و اندازه گیری های موجود در جدول (۸)	

برای شبیه سازی سیستم ۱۱۸ شینه IEEE سه مجموعه اندازه گیر علاوه بر شین های تزریق صفر در نظر گرفته شده است و در هر مجموعه دو اندازه گیر پخش توان و یک اندازه گیر تزریق توان وجود دارد و در هر مرحله یک مجموعه به سیستم اضافه می شود. نوع و محل قرار گیری این اندازه گیرها در جدول (۱۰) بیان شده است. نتایج شبیه سازی در این حالت در جدول (۱۱) نشان داده شده است.

همانطور که مشاهده می شود، در هر مرحله تعداد PMUهای مورد نیاز جهت مشاهده پذیری شبکه کاهش می یابد. بنابراین همانطور که انتظار می رفت داشتن اندازه گیر متداول در شبکه، تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده پذیری سیستم را کاهش می دهد.

جدول (۱۰): نوع و محل اندازه گیریها در سیستم ۱۱۸ شینه IEEE

شماره مجموعه	نوع اندازه گیریها	
	پخش توان	تزریق توان
۱	۵-۴	۱۱۴
۲	۸۷-۸۶	۱۱۷
۳	۱۱۳-۱۷	۳۴

جدول (۱۱): تأثیر سیستم SCADA در مسئله مکان یابی بهینه PMU

برای سیستم ۱۱۸ شینه IEEE			
شبکه	مجموعه اندازه گیر	تعداد PMUها	مکان PMUها
شینه ۱۱۸ IEEE	هیچکدام	۲۹	۲۳، ۲۰، ۱۷، ۱۵، ۱۲، ۱۰، ۵، ۲، ۶۲، ۵۶، ۵۲، ۴۹، ۴۵، ۴۰، ۳۴، ۲۸، ۶۵، ۷۱، ۷۵، ۷۷، ۸۰، ۸۵، ۸۶، ۹۰، ۹۴، ۱۰۱، ۱۰۵، ۱۰۹، ۱۱۴
	- بوعه ۱	۲۸	۲۸، ۲۵، ۲۲، ۱۹، ۱۵، ۱۲، ۱۰، ۵، ۶۲، ۵۶، ۵۲، ۴۹، ۴۵، ۴۰، ۳۴، ۲۸، ۶۵، ۷۱، ۷۵، ۷۷، ۸۰، ۸۵، ۸۶، ۹۰، ۹۴، ۱۰۱، ۱۰۵، ۱۰۹
	- بوعه ۱ و ۲	۲۶	۲۴، ۲۸، ۲۷، ۲۲، ۱۷، ۱۲، ۱۱، ۹، ۶۵، ۶۲، ۵۶، ۵۳، ۴۹، ۴۵، ۴۱، ۳۷، ۹۴، ۹۰، ۸۵، ۸۰، ۷۷، ۷۵، ۷۲، ۱۱۰، ۱۰۸، ۱۰۱
	- بوعه ۱ و ۲ و ۳	۲۵	۲۵، ۳۲، ۲۹، ۲۳، ۱۹، ۱۲، ۱۱، ۸، ۷۱، ۶۸، ۶۲، ۵۶، ۵۳، ۴۹، ۴۵، ۴۰، ۱۰۱، ۹۴، ۹۰، ۸۵، ۸۰، ۷۷، ۷۵، ۱۱۰، ۱۰۸

جدول (۷): مقایسه نتایج روش های مختلف مکان یابی بهینه PMU با

روش شبکه	ILP	ژنتیک [۸]	در نظر گرفتن شین تزریق صفر	
			جستجوی گراف [۶]	جستجوی تابو [۱۶]
شینه ۹ IEEE	۲	-	-	-
شینه ۱۴ IEEE	۳	۳	۵	۳
شینه ۳۰ IEEE	۷	۷	۱۱	-
شینه ۳۹ IEEE	۹	۹	-	۱۰
شینه ۵۷ IEEE	۱۴	۱۲	۱۹	۱۲
شینه ۱۱۸ IEEE	۲۹	۲۹	۳۸	-

حالت (۳) مشاهده پذیری کامل شبکه با در نظر گرفتن سیستم SCADA

در این حالت شبیه سازیها بر روی شبکه ۱۴ شینه و ۱۱۸ شینه IEEE نشان داده شده است. نوع و محل قرار گرفتن اندازه گیریها برای سیستم ۱۴ شینه در جدول (۸) نشان داده شده است. ماتریس های  $A_{meas}$  و  $b_{con}$  برای سیستم ۱۴ شینه IEEE و با در نظر گرفتن اندازه گیریهای موجود در جدول (۸) در روابط (۲۲) و (۲۳) نشان داده شده است. جدول (۹) مقایسه ای را بین تعداد PMUی مورد نیاز در حالت مکان یابی عادی، حالت مکان یابی با در نظر گرفتن شین تزریق صفر و با در نظر گرفتن اندازه گیریهای موجود در سیستم که در جدول (۸) نشان داده شده است، نمایش می دهد.

$$A_{meas} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$b_{con} = [1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (23)$$

جدول (۸): نوع و محل قرار گیری اندازه گیریها در سیستم ۱۴ شینه

IEEE			
نوع اندازه گیر	مکان قرار گرفتن اندازه گیر		
تزریق توان	۱۲		
پخش توان	۵-۱	۲-۵	۴-۳

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی برای مکان‌یابی بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازوری با هدف مشاهده‌پذیری کامل شبکه پیشنهاد شد. این مسئله بهینه‌سازی به شکل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح (ILP) با متغیر دودویی مطرح گردید و قیود آن به صورت مجموعه‌ای از معادلات و نامعادلات خطی ارائه شد. همچنین، فلوچارتی به منظور بدست آوردن تمام جواب‌های مسئله بهینه‌سازی ارائه و شاخصی جهت مقایسه‌ی جواب‌های بدست آمده بیان شد. در ادامه، مسئله مکان‌یابی بهینه این واحدها با در نظر گرفتن تأثیر شین‌های تزریق صفر و سیستم SCADA بر روی تابع هدف مورد بحث قرار گرفت. برای حل این مسائل بهینه‌سازی نیز از نرم‌افزار MATLAB استفاده شد و نشان داده شد که اعمال قیود مربوط به شین‌های تزریق صفر (پست‌های کلیدزنی) و همچنین قیود مربوط به سیستم SCADA در مسئله مکان‌یابی بهینه PMUها موجب کاهش تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری کامل سیستم قدرت می‌شود که باعث صرفه‌جویی در هزینه خواهد شد. استفاده از روش پیشنهادی در حل هر یک از این مسایل بهینه‌سازی برای شبکه‌های مختلف نشان داد که این روش ضمن سادگی، عملکرد بسیار مناسبی را برای شبکه‌های مختلف دارا می‌باشد.

## مراجع

- [۱] احمدی، احمد، علی نژاد برمی، یوسف، مرادی، مرتضی، مکان‌یابی بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازور با استفاده از الگوریتم BPSO، PSC2009، بیست و چهارمین کنفرانس بین المللی برق، ۱۳۸۹.
- [2] Kai-Ping, Chin-Wen Liu, Chi-Shan Yu, and Joe-Air Jiand, "transmission network fault location observability with minimal PMU placement", IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 21, No. 3, pp. 1128-1136, July 2006.
- [3] C. W. Liu and J. Thorp, "Application of synchronized phasor measurements to real-time transient stability prediction", Proc. Inst. Elect. Eng., General Transmission Distribution, vol. 142, pp. 355-360, July 1995.
- [4] T. T. Nguyen and V. L. Nguyen, "Application of Wide-Area Network of Phasor Measurements for Secondary Voltage Control in Power Systems with FACTS Controllers", Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE.
- [5] A.G., Phadke, "Synchronized Phasor Measurements in Power Systems", Computer Applications in Power, IEEE, pp. 10-15, 1993.
- [6] T.L. Baldwin, L. Mili, M. B. Boisen, and R. Adapa, "Power system observability with minimal phasor measurement placement", IEEE Transaction on Power System, vol.8, no.2, pp. 707-715, May 1993.
- [7] R.F Nuqui and A. G. Phadke, "Phasor measurement unit placement techniques for complete and incomplete observability", IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 20, no. 4, pp. 2381-2388, Oct. 2005.

- [8] B. Milosevic and M. Begovic, "Nondominated sorting genetic algorithm for optimal phasor measurement placement", IEEE Transaction on Power System, vol.18, no. 1, pp. 69-75, Feb. 2003.
- [9] Y. del Valle, G. K. Venayagamoorthy, S. Mohagheghi, J. C. Hernandez, and R. G. Harley, "Particle Swarm optimization: basic concepts, variants and applications in power systems", IEEE Transaction on Evolutionary computation, vol. 12, no.2, pp.171-195, Apr. 2008.
- [10] Z. Zhao, "Sensitivity Constrained PMU Placement Utilizing Multiple Methods", Master of Science Thesis, Clemson University, pp. 1-69, May 2010.
- [11] B. Gou, "Optimal Placement of PMUs by Integer Linear Programming", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 23, No.3, pp. 1525-1526, August 2008.
- [12] E. Makram, Z. Zhao, A. Girgis, "An Improved Model in Optimal PMU Placement Considering Sensitivity Analysis", Power Systems Conference and Exposition (PSEC), pp. 1-6, 2011.
- [13] D. Dua, S. Dambhare, R. Gajbhiye, S.A. Soman, "Optimal Multistage Scheduling of PMU Placement: An ILP Approach", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 23, NO. 4, pp. 1812-1820, October 2008.
- [14] Z. Huang, B. Kasztenny, V. Madani, K. Martin, S. Meliopoulos, D. Novosel, J. Stenbakken, "Performance evaluation of phasor measurement systems," Power Energy Soc. Gen. Meeting, pp. 1-7, Jul. 2008.
- [15] B. Xu, A. Abur, "Observability Analysis and Measurement Placement for System with PMUs", Power Systems Conference and Exposition, 2004, IEEE PES, vol. 2, pp. 943-946, 2004.
- [16] J. Peng, Y. Sun, H.F., Wang, "Optimal PMU placement for full network observability using Tabu search algorithm", International Journal of Electrical Power and Energy Systems, vol. 28, pp. 223-231, 2006.
- [17] Power Systems Test Case Archive, Available [online] at: <http://www.ee.washington.rdu/research/pstca>

## رزومه



**بهروز معرف** در دزفول متولد شده است (۱۳۶۵). در سال ۱۳۸۷ در مقطع کارشناسی و در سال ۱۳۹۰ در مقطع کارشناسی ارشد مهندسی برق - قدرت با رتبه اول از دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول فارغ‌التحصیل شد.

فعالیت‌های پژوهشی و علاقه‌مندی ایشان در زمینه ادوات FACTS، کیفیت توان، و بهره‌برداری از سیستم‌های قدرت است.



**حسن براتی** در دزفول متولد شده است (۱۳۴۸). تحصیلات دانشگاهی خود را در مقطع کارشناسی مهندسی برق - الکترونیک از دانشگاه صنعتی اصفهان (۱۳۷۱)، کارشناسی ارشد مهندسی برق - قدرت از

دانشگاه تبریز (۱۳۷۵) و دکتری مهندسی برق - قدرت از دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات تهران (۱۳۸۷) سپری کرده است. فعالیت‌های

پژوهشی و علاقه‌مندی ایشان در زمینه ادوات FACTS، کیفیت توان، بهره‌برداری از سیستم‌های قدرت است و در حال حاضر استادیار گروه برق دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول می‌باشد.



**امیرحسین رحمانی** در سال (۱۳۴۷) در اصفهان متولد شد. مدارک کارشناسی و کارشناسی ارشد خود را در سالهای (۱۳۷۰) و (۱۳۷۴) بترتیب در رشته‌های مهندسی برق و کنترل از دانشگاه تهران اخذ نموده است. ایشان هم‌اکنون دانشجوی دکترای کنترل دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران و همچنین عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول می‌باشند. زمینه تحقیقاتی ایشان تحلیل سیستم‌های کنترل و روشهای بهینه‌سازی هوشمند می‌باشد.

## زیرنویس‌ها

- <sup>1</sup> Supervisory Control And Data Acquisition (SCADA)
- <sup>2</sup> Wide-Area Monitoring, Protection and Control (WAMPC)
- <sup>3</sup> Phasor Measurement Unit (PMU)
- <sup>4</sup> Global Positioning System (GPS)
- <sup>5</sup> Simulated Annealing (SA)
- <sup>6</sup> Genetic Algorithm (GA)
- <sup>7</sup> Particle Swarm Optimization (PSO)
- <sup>8</sup> Binary Particle Swarm Optimization (BPSO)
- <sup>9</sup> Integer Linear Programming (ILP)
- <sup>10</sup> Bus Observability Index (BOI)
- <sup>11</sup> System Observability Redundancy Index (SORI)
- <sup>12</sup> zero injection bus